414
Au3u

Digitized by the Internet Archive
in 2017 with funding from
University of Illinois Urbana-Champaign Alternates

https://archive.org/details/untersuchungenub00auer

5028

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

DIE NATUR DES VOCALKLANGES.

PHYSIKALISCHE INAUGURAL-DISSERTATION,

WELCHE

MIT GENEHMIGUNG DER PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

K. FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT

ZU

BERLIN

ZUR ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

AM

18. DECEMBER 1876, VORM. 10 UHR,

GEGEN DIE HERREN OPPONENTEN

J. v. KRIES, Dr. med.
H. LEONHARD, stud. math.
L. GRAETZ, stud. phys.

ÖFFENTLICH VERTHEIDIGEN WIRD

FELIX AUERBACH

AUS BRESLAU.

BERLIN, 1876.

A. W. SCHADE'S BUCHDRUCKEREI (L. SCHADE)

STALLSCHREIBERSTRASSE 47.

414
Am3m

HERRN GEHEIMRATH PROF. Dr. **HELMHOLTZ**

IN HOCHACHTUNG UND DANKBARKEIT

GEWIDMET

VOM VERFASSER.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF ILLINOIS

§ 1. *Einleitung.*

Die vorliegende Untersuchung wurde veranlafst durch die Einwände, welche Herr E. v. Qvanten gegen die Helmholtz'sche Vocaltheorie[1]) erhoben hat.[2]) Bei der reichen Fruchtbarkeit des Feldes, das sich hier der Beobachtung eröffnete, schien es wünschenswerth, den Gesichtspunkt zu erweitern und vor der Hand den speciellen Anlafs zur Untersuchung aufser Acht zu lassen, um erst später, nach Klärung der Verhältnisse, ihn wieder aufzunehmen.

Ich habe versucht, den Beobachtungen, welche ich im physikalischen Laboratorium der Berliner Universität unter Leitung des Herrn Geh. Rath Helmholtz gemacht habe, diejenigen charakteristischen Momente zu entnehmen, welche geeignet sind, eine physikalische Definition des Vocalklanges im Allgemeinen, sowie der einzelnen Vocalklänge zu ermöglichen, eine Theorie, deren Principien zwar bereits entwickelt sind, aber immerhin in einer Weise, die noch manches räthselhaft läfst, besonders diejenigen Verhältnisse, welche die menschliche Stimme und Sprache vor

1) Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen. Erste Abtheilung, 5. Abschnitt: „Klänge der Vocale." — Die physiologische Literatur findet man in den bekannten Lehrbüchern der Physiologie ausführlich angegeben.

2) E. v. Qvanten, Zur Helmholtz'schen Vocaltheorie, Poggend. Ann. 1875, Heft 2 und 4.

allen künstlichen Instrumentenklassen in so auffallendem Grade auszeichnen.

Es ist das Verdienst dieses Jahrhunderts, zu den Untersuchungen über zwei von den hervortretenden Merkmalen eines Tones, Höhe und Stärke, Versuche und Betrachtungen hinzugefügt zu haben, welche eine Kenntnifs des dritten Charakteristicums, der specifischen Klangfarbe, anstreben. Es möge genügen, in dieser Hinsicht die Namen Thomas Young, Willis, Wheatstone angeführt zu haben; bei dem jetzigen Standpunkte der bezüglichen mathematischen Theorien haben diese Betrachtungen ein mehr oder weniger nur mehr historisches Interesse. Gehoben wurde der Schleier, der über diesem eigenthümlichen Phaenomene lag, erst in neuester Zeit, und die Helmholtz'sche Klangtheorie hat inzwischen nicht weniger die Probe bestanden, welche sie bei der Vergleichung mit den empirischen Erfolgen der musikalischen Technik zu bestehen hatte, als sie überdies durch die Fruchtbarkeit ihres Gedankens ihren Standpunkt begründet hat.

Das hiernach bestehende Gesetz, dafs die Art und Weise, wie die Intensität eines Klanges auf die einzelnen, in dem Klange enthaltenen Partialtöne, nach ihrer Ordnungszahl, sich vertheilt, das Bestimmende ist für die Farbe des Klanges, bestätigen Versuche mit allen künstlichen Instrumenten. Dagegen scheinen Versuche mit der menschlichen Stimme zu ergeben, dafs einem bestimmten Vocale nicht sowohl eine bestimmte, nach der Intensität getroffene Anordnung der Theiltöne, als vielmehr eine absolute, etwa durch Stimmgabeln zu fixirende, durch die zugehörige Intensität ausgezeichnete Tonhöhe entspreche. Es wird im Folgenden wesentlich darauf ankommen, den Widerstreit zwischen diesen beiden Principien, welche kurzweg als die Principien der „charakteristischen Vertheilung“ resp. der „charakteristischen Tonhöhe“ bezeichnet werden mögen, zu lösen.

§ 2. *Beobachtungsmethoden.*

1) Koenig'sche Methode der Flammenbilder.

Ich habe im wesentlichen drei von einander verschiedene Beobachtungsmethoden angewandt. Anfänglich erschien die bekannte Methode der Beobachtung der Flammenbilder im rotirenden Spiegel, nach welcher Koenig die einzelnen Vocalbilder von Intervall zu Intervall dargestellt hat, als die vortheilhafteste, da sie, neben dem Vortheile der Objectivität ihrer Angaben, ein ziemlich detaillirtes, also scheinbar auch ziemlich genaues Bild der Schwingungsvorgänge giebt. Dabei benutzte ich kegelförmige Resonatoren und stellte mir aufserdem einen cylindrischen Resonator her, dessen Resonanzhöhe ich beliebig ändern konnte. Ich verfertigte zu diesem Zwecke einzelne, nahezu cylindrische, aus mehrfachen übereinander geklebten Lagen von Papier und Pappe bestehende Röhren, von denen immer zwei benachbarte, mit den richtigen Enden in einander geschoben, auf einander paſsten und ziemlich luftdicht schlossen. Die weiteste dieser Röhren wurde auf eine kreisrunde Holzplatte mit einem kreisrunden Loch aufgeklebt und auf dieser die Koenig'sche Membran mit der Gaskapsel befestigt; die engste der Röhren wurde auf eine, der obigen ähnliche, mit einem Schallloche versehene, Scheibe aufgeklebt. Bei der geringen Dicke der einzelnen Schichten war dann die Form des so hergestellten Resonators immerhin noch ziemlich genau cylindrisch (Durchmesser etwa 6^{cm}, der Oeffnung etwa $1\frac{1}{2}^{cm}$); dabei war er einigermafsen fest, schloſs luftdicht und lieſs sich bis zum Dreifachen seiner kleinsten Länge, nämlich bis zu circa 200^{mm}, ausziehen. Aus den Resultaten, welche diese Methode ergab und welche ich nach Aufzeichnungen, die ich von den Flammenbildern machte, näher verfolgte, ging jedoch hervor, daſs hier fremde Einflüsse wesentliche Modificationen der Erscheinungen bewirken; ein Theil davon mag auf die Veränderlichkeit des Gasdruckes zu schieben seyn, einen anderen erkennt man in der Abhängig-

keit des optischen Phaenomens (der Dauer des Lichteindruckes), welches man bei dieser Methode verwerthet, von der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels; hauptsächlich aber ist es die die Luftschwingungen auf die Flamme übertragende Membran, deren Verhalten, namentlich in Folge der ihr eigenthümlichen harmonischen Obertöne, von wesentlichem Einfluſs ist, ohne daſs derselbe sich auf diesem Wege eliminiren lieſse. Bei dem gänzlichen Mangel an Anhaltspunkten, welche dem Beobachter zu Gebote stehen und dazu dienen könnten, etwa durch verschiedene Reihen von Beobachtungen unter Aenderung der begleitenden Umstände Resultate zu erlangen, welche von diesen Störungen frei sind, glaubte ich daher, diese Methode zunächst fallen und erst zuletzt zu Controllversuchen wieder aufnehmen zu sollen, zu einer Zeit, wo jene Anhaltspunkte durch eine andere Methode bereits geliefert seyn würden.

2) Seifenblasenmethode.

Das habe ich dann auch gethan und schlieſslich, um den störenden Einfluſs der Membran, der in ihren eigenen Schwingungen liegt, möglichst zu schwächen, auf den Vorschlag des Herrn Geh. Rath Helmholtz noch eine andere objective Prüfungsmethode angewendet. Zu diesem Zwecke stand mir eine Reihe von cylindrischen Zink-Resonatoren zu Gebote, welche auf der einen Seite ganz, auf der andern bis auf eine kreisförmige Schallöffnung verschlossen sind und, in Folge verschiedenen Volumens, verschiedenen Tonhöhen entsprechen. Ueber die Oeffnung wurden Bläschen der Plateau'schen Mischung aus Marseiller Seife und Glycerin gestrichen und die ziemlich kräftigen Mitschwingungen derselben beobachtet; zu diesem Zwecke sind zunächst die Lichtreflexe gut zu verwenden, welche in der Verrückung des Bildes eine der Schwingungsintensität proportionale Gröſse liefern; in manchen Fällen lassen sich noch besser die hier in voller Pracht auftretenden Farben dünner Blättchen benutzen, deren Farbe, Gestalt und Gleichgewichtszustand sich wesentlich

ändert, sobald die Membran in Schwingungen versetzt wird. Da diese Seifenblasen sehr dünn sind, ist ihr selbständiger Einfluſs jedenfalls gering; diese Vermuthung wurde überdies bestätigt durch Versuche mit solchen Membranen derselben Mischung, welche einfach über Metallringe ohne dahinter befindlichen, abgeschlossenen Luftraum ausgespannt waren; vermeidet man es dann nämlich, daſs der (beim Singen oder Pfeifen) aus dem Munde hervordringende Luftstrom die Membran direct treffe, so sieht man, daſs ihre periodischen Bewegungen schnell vergehen und für den für das Folgende wesentlichen Tonbereich überhaupt sehr schwach sind.

Um einen allmäligen Uebergang von einem kleineren Resonanzraume zu einem gröſseren zu ermöglichen, strich ich die Seifenmembran auch über einen getheilten Glascylinder, der in einem gröſseren mit Wasser gefüllten Gefäſse stand und dessen Inneres durch eine gebogene Röhre mit der äuſseren Luft communicirte; letztere sollte einen Ausgleich des Luftdruckes ermöglichen, welcher erforderlich ist, damit die für *eine* Stellung des Cylinders aufgestrichene Membran für die Stellungen, in denen das abgeschlossene Luftvolumen gröſser oder kleiner, also die Spannung kleiner oder gröſser ist, bestehen bleiben soll. Schlieſslich wurden in ähnlicher Weise auch die Schalllöcher der gleich zu beschreibenden Kugelresonatoren benutzt, nachdem letztere mit Wasser gefüllt waren, dessen Quantität durch Abfluſs aus der anderen Oeffnung beliebig regulirt werden, also zum Beispiel auch so gewählt werden konnte, daſs die Tonhöhe des so modificirten Resonators sehr nahe kam dem Eigenton des unveränderten, benachbarten Resonators.

3) Subjective Methode.

Von allen Fehlerquellen dieser beiden Methoden frei ist die folgende subjective Methode, welche auf der Verstärkung und Concentration der Tonempfindung durch die von Helmholtz angegebenen metallischen Kugelreso-

natoren beruht, die auf der einen Seite zu einer in's Ohr passenden Oeffnung zugespitzt sind, während diametral gegenüber das kreisförmige Schallloch liegt.

Es stand mir eine Reihe solcher Resonatoren vom c bis zum c_4 zu Gebote. Die Intensität der in die freie Luft hinausgesungenen Vocalklänge muſs hier, ähnlich wie Sterngröſsen, geschätzt werden; wie ich sogleich zeigen werde, kann man es jedoch in dieser Schätzung zu einer erheblichen Genauigkeit bringen. Der einzige Uebelstand dieser Methode liegt in dem Miſstrauensvotum, welches eine jede subjective Methode von auſsen her erfährt, selbst wenn der Beobachter in sie das Vertrauen zu legen sich für berechtigt hält. Es sind die Controllversuche nach den beiden ersten Methoden, welche diese Bedenken zu heben bezwecken sollen.

§ 3. *Versuche mit den Kugel-Resonatoren.*

Die Reihe der von Koenig angefertigten Resonatoren war nach ihren französischen Zeichen und in deutscher Uebersetzung folgende:

ut_2	sol_2	ut_3	mi_3	sol_3	la_3	ut_4	$ré_4$	mi_4	fa_4	sol_4
c	g	c_1	e_1	g_1	a_1	c_2	d_2	e_2	f_2	g_2
	la_4	si_4 *b-moll*		si_4	ut_5	$ré_5$	mi_5 *b-moll*		mi_5	
	a_2	b_2		h_2	c_3	d_3	es_3		e_3	

und noch einige höhere, die aber ihrer schwachen Resonanz wegen selten benutzt wurden; obige Reihe erstreckt sich daher vorzugsweise auf die drei mittleren Octaven des Klaviers. Da es sich nun um Charakterisirung der einzelnen Vocale handelt, läge es am nächsten, jeden Versuch gleich für die verschiedenen Vocale anzustellen und die Resultate zu vergleichen. Allein hierbei gleichzeitig Intensität und Klangnüance, welch' letztere durch andere Klänge von ihres Gleichen getrennt ist, zu wahren, ist ebenso unmöglich wie es andererseits unerläfslich ist.

Es stehen aber noch zwei andere Wege offen, die Intensität der Partialtöne zu vergleichen. Entweder man

legt einen bestimmten Resonator an's Ohr und singt der Reihe nach alle Töne, unter deren Obertönen der Eigenton des Resonators vorkommt. Man wird dabei, von dem Eigentone des Resonators ausgehend, nach der Tiefe fortschreiten, und erhält dann das Verhältnifs der Stärken, in welchen ein und derselbe Ton resp. als 1., 2., 3. u. s. w. Partialton auftritt. Diese Versuchsreihe ist zunächst für alle Resonatoren, und dann für jeden einzelnen Vocal zu wiederholen. Das Verfahren hat, abgesehen von der Schwierigkeit, verschieden hohe Töne genau gleich stark zu singen, den Nachtheil, dafs es eine andere Aufgabe löst als die vorgesetzte. Diese letztere fordert nämlich, dafs man für eine und dieselbe Höhe des gesungenen Tones das Verhältnifs der Partialtöne, die dann von verschiedener Höhe seyn werden, bestimme, und die Reduction, die zu machen ist, um aus dem indirecten Resultate zu diesem Ziele zu gelangen, ist zwar, bei genügender Anzahl von Beobachtungszahlen, stets möglich, würde aber jedenfalls auf Hypothesen beruhen, welche besser vermieden werden. Dagegen hat das Verfahren zwei wesentliche Vortheile: einmal ist das Resultat, das es liefert, unabhängig von einem etwaigen Einflusse der Volumenverschiedenheit und der nie genau gleichen Form der Resonatoren, und dann gestattet es alle zu vergleichenden Töne schnell hintereinander herzustellen, wodurch die Sicherheit der Schätzung wesentlich erhöht wird.

Der andere Weg behält zunächst denselben Vocal in derselben Stimmhöhe bei, dessen einzelne Partialtöne der Reihe nach durch die verschiedenen Resonatoren verstärkt werden. Er geht dann zunächst zu anderen Höhen desselben Klanges, und dann zu den anderen Vocalen über. Die Nachtheile obiger Methode sind die Vortheile dieser, und umgekehrt. Sie führt zu Resultaten, die zwar einerseits der unmittelbare Ausdruck der Beobachtung sind, ohne der Reduction zu bedürfen, die aber andererseits möglicherweise durch die beiden oben erwähnten Uebelstände getrübt werden. Glücklicherweise giebt die erste

Methode selbst die Entscheidung, indem sie wenigstens das eine mit Sicherheit erkennen läfst, dafs der störende Einfluſs der Form- und Volumenverschiedenheit der Resonatoren sehr gering ist. Ueberdies wurden immer nur benachbarte Partialtöne mit einander verglichen, da Wiederholungen der Versuche zeigten, dafs für solche die Zuverlässigkeit der Schätzung die gröfste ist. Leider löst sich der andere, allerdings unwesentlichere Uebelstand, welcher die Sicherheit der Schätzung betrifft, nicht, wie ich geglaubt hatte, auf ähnlich einfache Weise. Ich hatte nämlich gemeint, durch Anwendung beider Ohren gleichzeitig zwei Resonatoren inquiriren zu können; das erwies sich jedoch bei der bedeutenden Differenz in der Empfindungskraft meiner beiden Ohren (es war das rechte hierin dem linken weit überlegen) als unmöglich.

Trotzdem sind die Vortheile dieser Methode immerhin noch so bedeutende, dafs ich die von ihr gelieferten Resultate den ersten vorzog; nur habe ich dabei aus der oben angeführten Reihe zwei Resonatoren, deren Gestalt etwas von der durchschnittlichen der anderen abwich,[1]) ausgeschieden und die dadurch entstehenden Lücken mit Hülfe der benachbarten Resonatoren durch Reduction und Interpolation ausgeführt.

Was nun die Schätzung selbst betrifft, so ist es selbstverständlich nicht möglich, über die einfachsten Zahlenverhältnisse hinauszugehen. Die obere Grenze für die Genauigkeit, bis zu der ich mich hinaufwagte, waren Verhältnisse wie 2 : 5, 3 : 5, und auch die Bedeutung dieser ist mehr die, dafs der zweite Ton etwas mehr als doppelt so stark, oder nicht ganz doppelt so stark wie der erste erklang. In ähnlichem Sinne habe ich bei Verhältnissen wie 1 : 1, 2 : 1 etc. hin und wieder das Zeichen $1^+ : 1$, $2^+ : 1$, resp. $1 : 1^+$, $2 : 1^+$ angewendet. Bedenkt man nun, dafs ein Vocalklang sich durchschittlich aus 8 bis 16

1) Von besonderem Einflusse ist nämlich die Gestalt des Ohr-Ansatzes, weil davon die Vollständigkeit der Communication mit dem inneren Ohre und somit die Stärke der Empfindung wesentlich abhängt.

einigermafsen starken Einzeltönen zusammensetzt, so erkennt man, dafs aus diesen einfachen Verhältnissen zwischen je zweien dieser Partialtöne für die Gesammtheit derselben sich schon eine gewisse Mannichfaltigkeit der Vertheilung ergiebt. Ich habe daher die Intensität des Gesammtklanges gleich 100 und für die Partialtöne die durch die entsprechende Umrechnung sich ergebenden, dem wahren Werthe am nächsten kommenden ganzen Zahlen gesetzt.

Im Folgenden stelle ich die beiden Tabellen, von denen hier die Rede ist, zusammen und bemerke noch, dafs die Vocalklänge in ihrem für die norddeutsche Aussprache durchschnittlichen Timbre gewählt wurden, und dafs dieselben äufserst rein bewahrt werden müssen, da die geringste Aenderung, wie sich später zeigen wird, schon beträchtliche Abweichungen von den hier mitgetheilten Zahlen verursacht. Schliefslich versteht es sich nahezu von selbst, dafs diese letzteren Mittelwerthe aus einer gröfseren Reihe von Versuchen sind, die übrigens in gröfseren Zeitintervallen und in stillen Räumen angestellt werden müssen.

Tabelle I,

enthaltend die Verhältnisse der Intensität benachbarter Partialtöne für verschiedene Tonhöhen und verschiedene Vocale.

Vocal	Tonhöhe des Grundtons	I : II	II : III	III : IV	IV : V	V : VI	VI : VII	VII : VIII	VIII : IX
1. Dumpfes *U.*	c	$c : c_1 = 1^+ : 1$	$c_1 : g_1 = 2 : 1^+$	$g_1 : c_2 = 2 : 3$	$c_2 : e_2 = 3 : 1$	$e_2 : g_2 = 2 : 1^+$	$g_2 : b_2 = 4 : 1$		
	g	$g : g_1 = 1^+ : 1$	$g_1 : d_2 = 2 : 1^+$	$d_2 : g_2 = 1^+ : 1$	$g_2 : h_2 = 3 : 1^+$	$h_2 : d_3 = 5 : 1$			
	c_1	$c_1 : c_2 = 3 : 2$	$c_2 : g_2 = 3 : 1^+$	$g_2 : c_3 = 1 : 2$	$c_3 : e_3 = 6 : 1$				
2. Helles *U.*	c	$c : c_1 = 2 : 3$	$c_1 : g_1 = 4 : 3$	$g_1 : c_2 = 3 : 2$	$c_2 : e_2 = 3 : 1$	$e_2 : g_2 = 5 : 3$	$g_2 : b_2 = 3 : 2$		
	g	$g : g_1 = 2 : 5$	$g_1 : d_2 = 2 : 1^+$	$d_2 : g_2 = 3 : 1$	$g_2 : h_2 = 2^+ : 1$	$h_2 : d_3 = 3 : 2$			
	c_1	$c_1 : c_2 = 1 : 1$	$c_2 : g_2 = 2^+ : 1$	$g_2 : c_3 = 6 : 1$	$c_3 : e_3 = 3 : 1$				
	g_1	$g_1 : g_2 = 2^+ : 1$	$g_2 : d_3 = 3 : 1$	$d_3 : g_3 = 5 : 1$					

3. *O* (scharf).	*c*	$c:c_1 = 1:2$	$c_1:g_1 = 1:2$	$g_1:c_2 = 5:2$	$c_2:e_2 = 1^+:1$	$e_2:g_2 = 4:3$	$g_2:b_2 = 2:1$	$b_2:c_3 = 4:1$	
	g	$g:g_1 = 2:5$	$g_1:d_2 = 3:1^+$	$d_2:g_2 = 3:2$	$g_2:h_2 = 2:1$	$h_2:d_3 = 5:1$			
	c_1	$c_1:c_2 = 3:5$	$c_2:g_2 = 2:1$	$g_2:c_3 = 2:1$	$c_3:e_3 = 5:1$				
	g_1	$g_1:g_2 = 1^+:1$	$g_2:d_3 = 3:1$	$d_3:g_3 = 5:1$					
4. $\mathring{A}$ (breites *O*).	*c*	$c:c_1 = 2:3$	$c_1:g_1 = 2:3$	$g_1:c_2 = 1:3$	$c_2:e_2 = 2^+:1$	$e_2:g_2 = 1:1^+$	$g_2:b_2 = 3:2$	$b_2:c_3 = 2:1$	$c_3:d_3 = 5:1$
	g	$g:g_1 = 2:3$	$g_1:d_2 = 1:2$	$d_2:g_2 = 2:1$	$g_2:h_2 = 2:1$	$h_2:d_3 = 3:1$	$d_3:f_3 = 3:1$		
	c_1	$c_1:c_2 = 1^+:3$	$c_2:g_2 = 4:3$	$g_2:c_3 = 3:1$	$c_3:e_3 = 5:1$				
	g_1	$g_1:g_2 = 3:5$	$g_2:d_3 = 3:1$	$d_3:g_3 = 7:1$					
5. *A* (hell).	*c*	$c:c_1 = 2:3$	$c_1:g_1 = 1^+:2$	$g_1:c_2 = 3:5$	$c_2:e_2 = 4:3$	$e_2:g_2 = 1:2$	$g_2:b_2 = 4:1$	$b_2:c_3 = 2:1$	$c_3:d_3 = 4:1$
	g	$g:g_1 = 2:3$	$g_1:d_2 = 3:4$	$d_2:g_2 = 1:2$	$g_2:h_2 = 4:3$	$h_2:d_3 = 3:1$	$d_3:f_3 = 4:1$		
	c_1	$c_1:c_2 = 1:2$	$c_2:g_2 = 3:5$	$g_2:c_3 = 5:3$	$c_3:e_3 = 3:1$	$e_3:g_3 = 4:1$			
	g_1	$g_1:g_2 = 1:2^+$	$g_2:d_3 = 5:3$	$d_3:g_3 = 5:2$	$g_3:h_3 = 5:1$				

(Tabelle I.)

Vocal	Tonhöhe.	I : II	II : III	III : IV	IV : V	V : VI	VI : VII	VII : VIII	VIII : IX	IX : X	X : XI
	c	$c : c_1 = 2 : 3$	$c_1 : g_1 = 1 : 2$	$g_1 : c_2 = 4 : 3$	$c_2 : e_2 = 2 : 1$	$e_2 : g_2 = 1^+ : 1$	$g_2 : b_2 = 1^+ : 1$	$b_2 : c_3 = 3 : 2$	$c_3 : d_3 = 2 : 1$	$d_3 : e_3 = 2 : 1$	
6.	g	$g : g_1 = 3 : 4$	$g_1 : d_2 = 2 : 3$	$d_2 : g_2 = 1 : 1$	$g_2 : h_2 = 2 : 1$	$h_2 : d_3 = 2 : 1$	$d_3 : f_3 = 2 : 1$	$f_3 : g_3 = 3 : 2$	$g_3 : a_3 = 2 : 1$		
E.	c_1	$c_1 : c_2 = 3 : 4$	$c_2 : g_2 = 1 : 1^+$	$g_2 : e_2 = 3 : 1$	$c_3 : e_3 = 2 : 1$	$e_3 : g_3 = 1^+ : 1$	$g_3 : b_3 = 2 : 1$	$b_3 : c_4 = 2 : 1$			
	g_1	$g_1 : g_2 = 5 : 4$	$g_2 : d_3 = 3 : 1^+$	$d_3 : g_3 = 3 : 2$	$g_3 : h_3 = 3 : 1$	$h_3 : d_4 = 3 : 2$	$d_4 : f_4 = 2 : 1$				
	c	$c : c_1 = 2 : 3$	$c_1 : g_1 = 4 : 3$	$g_1 : c_2 = 2 : 3^+$	$c_2 : c_3 = 3 : 2$	$e_2 : g_2 = 3 : 2$	$g_2 : b_2 = 4 : 3$	$b_2 : c_3 = 3 : 2$	$c_3 : d_3 = 3 : 2$	$d_3 : e_3 = 3 : 2$	$e_3 : fis_3 = 2 : 1$
7.	g	$g : g_1 = 2 : 3$	$g_1 : d_2 = 2 : 3$	$d_2 : g_2 = 3 : 2$	$g_2 : h_2 = 2 : 1$	$h_2 : d_3 = 4 : 3$	$d_3 : f_3 = 2 : 1$	$f_3 : g_3 = 2 : 1$	$g_3 : a_3 = 2 : 1$	$a_3 : h_3 = 1 : 1$	
I.	c_1	$c_1 : c_2 = 3 : 4$	$c_2 : g_2 = 3 : 4$	$g_2 : c_3 = 1 : 1$	$c_3 : e_3 = 3 : 2$	$e_3 : g_3 = 3 : 2$	$g_3 : b_3 = 2 : 1$	$b_3 : c_4 = 2 : 1$	$c_4 : d_4 = 2 : 1$		
	g_1	$g_1 : g_2 = 1 : 1^+$	$g_2 : d_3 = 3 : 2$	$d_3 : g_3 = 4 : 3$	$g_3 : h_3 = 3 : 2$	$h_3 : d_4 = 2 : 1$	$d_4 : f_4 = 2 : 1$	$f_4 : g_4 = 2 : 1$			

8. Ü.	c	$c:c_1 = 1:1^+$	$c_1:g_1 = 3:2$	$g_1:c_2 = 1:1$	$c_2:e_2 = 3:2$	$e_2:g_2 = 2:1$	$g_2:b_2 = 2:1$	$b_2:c_3 = 2:1$			
	g	$g:g_1 = 1:1^+$	$g_1:d_2 = 1:1^+$	$d_2:g_2 = 1^+:1$	$g_2:h_2 = 3:1$	$h_2:d_3 = 3:1$	$d_3:f_3 = 3:1$				
	c_1	$c_1:c_2 = 3:2$	$c_2:g_2 = 1^+:1$	$g_2:c_3 = 3:2$	$c_3:e_3 = 2:1$	$e_3:g_3 = 3:1$					
	g_1	$g_1:g_2 = 5:3$	$g_2:d_3 = 2:1$	$d_3:g_3 = 5:2$	$g_3:h_3 = 3:1$						
9. Ö.	c	$c:c_1 = 3:4$	$c_1:g_1 = 2:5$	$g_1:c_2 = 3:2$	$c_2:e_2 = 2:1$	$e_2:g_2 = 1:1^+$	$g_2:b_2 = 2:1$	$b_2:c_3 = 2:1$			
	g	$g:g_1 = 2:3$	$g_1:d_2 = 1:1$	$d_2:g_2 = 3:2$	$g_2:h_2 = 2:1$	$h_2:d_3 = 2:1$	$d_3:f_3 = 4:1$				
	c_1	$c_1:c_2 = 1^+:2$	$c_2:g_2 = 1:1^+$	$g_2:c_3 = 3:2$	$c_3:e_3 = 5:1$	$e_3:g_3 = 2:1$					
10. Ä.	c	$c:c_1 = 1:1$	$c_1:g_1 = 1:1$	$g_1:c_2 = 1^+:2$	$c_2:e_2 = 2:3$	$e_2:g_2 = 1^+:1$	$g_2:b_2 = 3:2$	$b_2:c_3 = 2:1$	$c_3:d_3 = 2:1$		
	g	$g:g_1 = 2:3$	$g_1:d_2 = 3:4$	$d_2:g_2 = 3:2$	$g_2:h_2 = 3:2$	$h_2:d_3 = 2:1$	$d_3:f_3 = 2:1$	$f_3:g_3 = 3:1$			
	c_1	$c_1:c_2 = 2:3$	$c_2:g_2 = 1:2$	$g_2:c_3 = 5:2$	$c_3:e_3 = 2:1$	$e_3:g_3 = 2:1$	$g_3:b_3 = 3:1$				
	g_1	$g_1:g_2 = 1^+:1$	$g_2:d_3 = 2:1$	$d_3:g_3 = 3:1$	$g_3:h_3 = 2:1$	$h_3:d_4 = 3:1$					

Ohne weiteres erhält man aus dieser Tafel durch die oben genannte Umrechnung die folgende, übersichtlichere:

Tabelle II,

enthaltend die Vertheilung der Gesammt-Intensität 100 auf die einzelnen Partialtöne.

Partialtöne.

1. Dumpfes U.

Tonhöhe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
c	27	25	14	22	7	4	1		
g	33	30	16	14	5	1			
c_1	40	28	10	19	3				
g_1	49	?	?	?	?				

2. Helles U.

c	20	31	23	16	5	3	2		
g	18	45	24	8	3	2			
c_1	39	39	18	3	1				
g_1	61	28	9	2					

3. Scharfes O.

c	9	16	36	14	12	9	4	1	
g	19	46	17	11	6	1			
c_1	25	42	21	10	2				
g_1	42	38	16	3					

4. Å (breites O).

c	5	7	11	31	14	16	10	4	1
g	12	18	38	19	9	3	1		
c_1	15	41	32	10	2				
g_1	30	50	16	2					

5. Helles A.

c	5	7	12	20	15	30	7	4	1
g	8	13	17	30	22	8	2		
c_1	11	21	36	22	8	2			
g_1	19	42	25	10	2				

6. E.

Tonhöhe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
c	9	13	25	18	10	8	7	5	2	1	
g	12	16	24	24	12	6	3	2	1		
c_1	21	27	31	10	5	4	2	1			
g_1	40	33	13	8	3	2	1				

7. I.

c	10	16	12	21	14	9	7	5	3	2	1
g	12	17	28	18	10	7	4	2	1	1	
c_1	12	16	22	21	13	9	5	2	1		
g_1	24	28	18	14	9	4	2	1			

8. Ü.

c	23	25	17	16	11	5	2	1			
g	19	22	26	23	8	3	1				
c_1	35	22	20	14	7	2					
g_1	48	29	15	6	2						

9. Ö.

c	9	12	31	19	10	11	5	2			
g	18	26	25	17	9	4	1				
c_1	16	27	32	20	4	2					

10. Ä.

c	9	9	8	14	23	19	11	5	2		
g	12	20	27	19	12	6	3	1			
c_1	14	21	39	15	7	3	1				
g_1	40	35	17	5	3	1					

§ 4. *Resultate aus den Versuchen mit den Kugelresonatoren.*

Die Tafel II, welche an Stelle der Tafel I gesetzt worden ist, soll bei den folgenden Untersuchungen ausschliefslich benutzt werden; sie ist der reine Ausdruck der Beobachtung.

Von vornherein läfst sich den Zahlen dieser Tafel eine durchweg einheitliche Gesetzmäfsigkeit nicht ansehen. Man erkennt zwar im Grofsen und Ganzen, dafs bei den dumpferen Vocalen die ersten, bei den helleren die späteren am stärksten sind; allein bei näherer Betrachtung zeigen sowohl die Horizontalreihen, welche sich auf gleiche Höhe des Grundtones beziehen, als auch die Verticalreihen, welche für einen durch seine Ordnungszahl bestimmten Partialton gelten, so grofse Unregelmäfsigkeiten, dafs es schwer halten würde, die zur Beschreibung der Naturerscheinungen vor allem erforderliche Einfachheit aus diesen Zahlen zu gewinnen, wenn nicht der gegenwärtige Standpunkt der mathematischen Theorie einen Anhaltspunkt gewährte.

In der „Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden“[1]) hat nämlich Helmholtz die Gesetze der Resonanz entwickelt und gezeigt, welchen Einfluſs dieselbe auf die Intensität der durch die Zunge einer Zungenpfeife hindurchgegangenen und in die Röhre eintretenden Schwingungen hat. Hiernach hängt die Intensität eines Partialtones zunächst ab von der Länge des Resonanzraumes; wenn man dann die Länge so wählt, dafs die Resonanz, soweit sie von ihr abhängt, am günstigsten ausfällt, so hängt sie noch von vier Gröfsen ab: von dem Intensitätscoefficienten des Partialtones, soweit er allein durch die Zunge bedingt wird (C_a), ferner von der Ordnungszahl a selbst, von der Wellenlänge des Tones und von dem Querschnitte der Röhre. Die beiden ersten Variabeln geben die Funktionalabhängigkeit von der Ordnungszahl, die beiden letzten diejenige von der absoluten Tonhöhe, und zwar ist die Intensität das Produkt dieser beiden Funktionen (auf die Form jeder dieser beiden Funktionen selbst kommt es hier nicht an). Dies Resultat wird sich, mit einem gewissen Grade der Genauigkeit, auch auf die Vocale übertragen lassen; bezeichnet man daher mit a

1) Poggend. Ann. Bd. 114. Einige der Resultate in den Beilagen zu der „Lehre von den Tonempfindungen.“

die Ordnungszahl, mit n die Schwingungszahl (welche die absolute Tonhöhe bestimmt), und mit i die Intensität des Tones, so kann man schreiben:

$$i = \varphi(n) \cdot \psi(\mathfrak{a}).$$

Soll nun daran gegangen werden, das Bestehen dieser Beziehung aus der Tabelle II nachzuweisen, so ist noch zu beachten, dafs eine Fehlerquelle aus dem Umstande erwachsen könnte, dafs genau genommen die eben abgeleitete Gleichung nicht für gleiche Gesammtintensität gilt (wie sie oben gleich 100 gesetzt worden ist), sondern für gleiche Mengen ausströmender Luft; allein diese Fehlerquelle ist jedenfalls nicht erheblich. Unter dieser Voraussetzung läfst sich leicht das Kriterium dafür angeben, ob die Tabelle II das Resultat der Theorie bestätigt; denn da die eine Gruppe von Factoren unabhängig von der absoluten Tonhöhe seyn soll, mufs für jeden Vocal das Resultat dasselbe seyn, gleichviel aus welcher der vier Horizontalreihen es berechnet wird; und da die Gruppe der andern Factoren unabhängig von der Ordnungszahl seyn soll, mufs es für die Berechnung dieser gleichgültig seyn, welche Zahlencombination, die sich auf eine und dieselbe Tonhöhe bezieht, man dazu benutzt. Das ist nun in der That, wie im folgenden gezeigt wird, der Fall.

Das allgemeine, in jedem speciellen Falle gegebene Schema irgend einer der Versuchsreihen der Tabelle II sey das folgende:

$$\begin{array}{cccccc}
a_{1,c} & a_{2,c'} & a_{3,g'} & a_{4,c''} & . & . \\
a_{1,g} & a_{2,g'} & a_{3,d''} & a_{4,g''} & . & . \\
a_{1,c'} & a_{2,c'} & . & . & . & . \\
a_{1,g'} & . & . & . & . & .
\end{array}$$

Hierin giebt der erste Index stets die Ordnungszahl, der zweite den Ton an, welchem das betreffende a entspricht. An Stelle dieses Systems soll nun, das ist die Aufgabe, ein anderes gesetzt werden; an Stelle jedes a

soll ein Produkt $x \,.\, y$ treten; aber die x sollen sich nur durch Indices, welche den ersten, die y nur durch solche, welche den zweiten Indices von a entsprechen, unterscheiden. Das allgemeine Schema wird daher, aufgelöst, die Form haben:

$$\begin{array}{llll} x_1 \cdot y_e & x_2 \cdot y_{e'} & x_3 \cdot y_{g'} & x_4 \cdot y_{e''} \quad . \quad . \quad . \\ x_1 \cdot y_g & x_2 \cdot y_{g'} & x_3 \cdot y_{d''} & . \quad . \quad . \quad . \\ x_1 \cdot y_{e'} & x_2 \cdot y_{e''} & x_3 \cdot y_{g''} & . \quad . \quad . \quad . \\ x_1 \cdot y_{g'} & x_2 \cdot y_{g''} & . \quad . \quad . \quad . & \end{array}$$

Das erste Produkt kann willkürlich zerlegt werden; am einfachsten ist es daher:

$$x_1 = a_{1\,e} \quad y_e = 1$$

zu wählen. Dadurch sind die beiden Einheiten festgesetzt. Für die andern Produkte der ersten Vertikalreihe ist der zweite Factor nun bereits durch den ersten, gegebenen, bestimmt. Damit sind aber die zweiten Factoren der Produkte der ersten Horizontalreihe gegeben, und diese bestimmen ihre ersten. Damit sind aber (wenn die Beobachtungen vollständig vorliegen), alle Factoren bestimmt. Setzt man daher den ersten Factor von $a_{2,g'}$ gleich dem gefundenen x_2, so mufs der andere gleich der gefundenen Zahl $y_{g'}$ werden. Diese Zahl ist also die erste, welche eine Kontrolle zuläfst. Und so geht es fort.

Für das dumpfe U z. B. hat man:

$$a_{1,e} = 27 \times 1$$
$$a_{1,g} = 27 \times 1{,}2$$
$$a_{1,e'} = 27 \times 1{,}5,$$

folglich

$$a_{2,e'} = 17 \times 1{,}5.$$

$a_{1,g'}$ liefs sich hier nur auf circa 50 schätzen.

Es wird daher:

$$a_{1,g'} = 27 \times 1{,}8;$$

es mufs also $a_{2,g'} = 17 \times 1{,}8 = 30$ seyn; das ist aber in der That der Fall.

Weiter wird:

$$a_{3,g'} = 8 \times 1{,}8$$
$$a_{4,e''} = 12 \times 1{,}9;$$

da nun $a_{3,d''}$ einem Tone entspricht, der nur um ein Intervall von demjenigen abweicht, welchem $a_{4,e''}$ entspricht, so darf auch der zweite Faktor nur wenig von 1,9 abweichen; der erste ist aber (wie aus $a_{3,g'}$ gefunden) 8; der erforderte Werth ist also etwa

$$8 \times 2 = 16;$$

die Beobachtung hat in der That diesen Werth ergeben.

Die Folge der gröfseren Schwankungen, welche überhaupt in den Ziffern auftreten, wenn man zu helleren Vocalen übergeht, ist auch eine weniger unerhebliche Abweichung der beobachteten von den berechneten Zahlen; aber dieselbe überschreitet doch nicht die in Rücksicht auf die Methode der Beobachtung ihr gesteckten Gränzen; so wird für das helle *a*:

$$x_1 = 5,\ x_2 = 3{,}2,\ x_3 = 3{,}1,\ x_4 = 3{,}0$$
$$y_e = 1,\ y_g = 1{,}6,\ y_{c'} = 2{,}2$$

$y_{g'}$ ergiebt in 3 Fällen, aus denen es sich berechnen läfst, die Werthe

3,8 4,0 3,9,

$y_{b''}$ die beiden Zahlen 6,3 und 6,6 $y_{g''}$ die 3 Zahlen 12,5, 11,7, 10,0 $y_{e'''}$ $y_{d'''}$ ergeben sich, wie erfordert wird, sehr nahe gleich, nämlich:

$$y_{e'''} = 7{,}4,\ y_{d'''} = 8{,}0,$$

u. s. w.

Aus den so sich ergebenden, etwas verschiedenen Zahlen kann man dann einen ziemlich zuverlässigen Mittelwerth ableiten.

Hiermit ist die Bestätigung dafür geliefert, dafs „charakteristische Ordnungszahl“ und „charakteristische Ton-

höhe“[1]) gemeinsam den Vocalklang bestimmen. Erstere ist durch die Form, letztere durch das Volúmen des stimmlichen Resonators und die Gröfse seiner Oeffnung bedingt.

In den beiden folgenden Tabellen sind die oben angedeuteten Mittelwerthe der beiden Factorengruppen zusammengestellt. Abgesehen von dem Vocalcharakter variirt in der ersten nur die Ordnungszahl, in der zweiten nur die Tonhöhe.

Tabelle III,

enthaltend die Abhängigkeit der Intensität von der Ordnungszahl der Partialtöne.

Anmerkung: Die gleiche Gesammtintensität, die ohnehin hier ihre Bedeutung verliert, ist nunmehr aufgegeben und dafür, zur besseren Vergleichbarkeit, die Intensität des Grundtones für alle Vocale = 27 gesetzt worden, wie sie sich für $\bar{U}$ direct ergiebt, wenn man gleichzeitig für die andere Factorengruppe die Stärke des Tones *c* gleich 1 setzt. Den leergelassenen Feldern entsprechen Ziffern, welche kleiner als 1 sind.

	Partialtöne.													
Vocale	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1. *U*, dumpf	27	17	8	12	4	3	1							
2. *U*, hell	27	19	10	9	4	3	2	1						
3. *O*, scharf	27	19	14	10	6	5	2	1						
4. Å.	27	14	8	8	6	5	4	3	2	1				
5. *A*.	27	18	17	17	15	7	5	3	2	1				
6. *E*.	27	19	18	12	8	6	5	5	4	3	2	1		
7. *I*.	27	21	15	11	9	7	6	5	5	4	4	3	2	1
8. *Ü*.	27	14	10	11	8	4	2	1						
9. *Ö*.	27	21	22	15	10	6	3	2	1					
10. *Ä*.	27	19	15	10	16	9	6	4	2	1				

1) Der Kürze halber mögen diese Termini gebraucht werden; der Sinn des ersteren ist völlig klar; derjenige des zweiten kann und wird es erst im Laufe der Untersuchung werden.

Tabelle IV,

enthaltend die Abhängigkeit der Intensität von der absoluten Tonhöhe.

Anmerk. Die Intensität für den Ton *c* ist durchweg gleich 1 gesetzt.

Vocale	Töne.[1]) c	g	c_1	g_1	c_2	g_2	c_3	g_3	c_4	g_4	c_5	g_5	c_6	g_6
1. $\bar{U}$, dumpf	1	1.2	1.5	**1.9**[2])	1.9	1.3	1.0							
2. $\breve{U}$, hell	1	1.2	2.2	**3.2**	**3.3**	1.6	1.1	1.0						
3. *O.*	1	2.1	2.8	7.0	**7.5**	5.5	2.0	1.1	1.1					
4. Å.	1	2.4	3	7.9	**18**	11	9	7	3	1.4	1.0			
5. *A.*	1	1.6	2.2	4	6	**12**	10	8	6	4	2	1		
6. *E.*	1	1.3	2.3	3.9	4.3	**5.5**	2.5	2.0	1.5	1.1	1.3	1.2	1.1	1.0
7. *I.*	1	1.2	1.4	2.2	4.0	4.4	**5.2**	4.0	3.0	2.5	2.0	1.7	1.4	1.2 1.0
8. *Ü.*	1	1.9	1.5	**2.0**	1.8	**2.5**	1.6	1.0						
9. *Ö.*	1	**2.0**	1.7	3.7	3.9	4.0	**4.5**	1.8	1.0					
10. *Ä.*	1	1.3	1.5	3	4	6	3.5	1.2	1.0	1.0				

Schon auf den ersten Blick ist die Gesetzmäfsigkeit der beiden Tabellen eine augenfällige. Zunächst möge Tabelle III näher betrachtet werden. Es zeigt sich hier, dafs der erste Partialton für alle Vocale der stärkste ist. Der menschliche Stimmapparat schliefst sich in diesem Verhalten daher eng an die künstlichen Zungeninstrumente an. Wie bei diesen, so ist auch hier das schliefsliche Resultat des Zusammenwirkens von Zunge und Resonanzraum dieses, dafs zwar eine grofse Menge starker Partialtöne auftritt, der stärkste bleibt jedoch hier wie dort der Grundton. Derselbe wäre dann als solcher den „Obertönen“ gegenüberzustellen,[3]) und die verschiedenen Re-

1) In den höheren Octaven ergeben sich noch die Werthe für die Töne e_2 und b_2 u. s. w. Dieselben tragen aber, da in den tieferen Octaven die entsprechenden Zahlen fehlen, nichts zur Vervollständigung des Bildes bei und sind daher fortgelassen worden.

2) Die hervorgehobenen Zahlen sind diejenigen, welche dem Maximalwerthe einer Horizontalreihe am nächsten kommen.

3) Dadurch erhält auch der Gebrauch, die Tonhöhe eines Klanges nach der des Grundtones zu benennen, seine letzte Rechtfertigung.

sonatoren würden sich dadurch unterscheiden, dafs der Antheil eines jeden dieser Obertöne an der Gesammtintensität, im Verhältnifs zum Antheile des Grundtones, ein verschiedener ist.

Dies zeigt sich nun in der That an den verschiedenen Reihen der Tabelle III in sehr auffallendem Mafse.

Beim dumpfen *U* nimmt die Intensität am schnellsten ab, schon beim siebenten Partialtone beträgt sie nur noch $1\frac{1}{2}$ Proc. der Gesammtstärke; beim hellen *U* und beim scharfen *O* ist die Intensität erst beim 8., bei *A* beim 11., bei *E* beim 12. und bei *J* gar erst beim 14. Partialtone auf den entsprechenden Bruchtheil herabgesunken. Die Vocale *Ü*, *Ö*, *Ä*, entsprechen in dieser Beziehung ungefähr, resp. den Vocalen *O* $\mathring{A}$ *A*.

Dabei ist noch ein Unterschied in der Art dieser Abnahme zu beachten, den ich hier nur vorläufig berühre, da ich später an ihn anknüpfen werde. Die einzelnen Horizontalreihen bilden keine arithmetischen Progressionen, sondern die Abnahme erfolgt einige Mal erst rasch, dann langsam, andere Male umgekehrt. Das erste findet in auffallendster Weise bei $\mathring{A}$ und *J*, das letztere am stärksten bei *Ö* und *A* statt, während in dieser Beziehung *U* und *E* eine mittlere Stellung einnehmen.

Von der allgemeinen Regel der stetigen Abnahme der Intensität beim Durchlaufen der Partialtöne finden nur zwei der Berücksichtigung werthe Ausnahmen statt; beim dumpfen *U* ist nämlich der vierte Partialton stärker als sein Vorgänger, ja bei einer recht dumpfen Klangfärbung sogar stärker als der zweite Partialton, und beim *Ä* tritt der fünfte Theilton stärker, als ihm zukäme, hervor. Der Grund des ersten Phaenomens liegt nach den Beobachtungen, die ich zu diesem Zwecke an der Mundhöhle machte, darin, dafs bei einem sehr dumpfen *U* die Oeffnung des Mundes eine überaus kleine wird, ein Umstand, der einen erheblichen Einflufs der Oeffnungswand wahrscheinlich macht. Ueberdies wird dabei die Gestalt der Oeff-

nung derjenigen sehr ähnlich, wie sie der Mund beim Pfeifen annimmt. Alles das wird durch das dabei hörbare pfeifende Geräusch bestätigt, welches dem Zischen des Consonanten *f* ähnelt. Allerdings wäre danach zu erwarten, daſs der besonders verstärkte Partialton ein noch späterer als der vierte sey. Jedenfalls deutet diese Erscheinung darauf hin, daſs beim dumpfen *U* der Uebergang vom Vocalcharakter zum Consonantencharakter stattfindet, und somit vom regelmäſsigen Ton zum regelmäſsig periodischen Geräusch, bei welch' letzterem eine Zerlegung in Pendelschwingungen zwar immer noch möglich ist, aber eine ganz unregelmäſsige Vertheilung liefern würde. Ein leiser Anklang dieser Unregelmäſsigkeit zeigt sich somit schon hier an der Gränze des Vocalgebietes. Uebrigens findet sich ein zweites Charakteristikum dieser Gränzstellung des *U* auch in der Tabelle IV wieder, worauf ich später zurückkomme.

(Ob das ähnliche Verhalten bei *Ä V*, in analogem Sinne mit dem Umstande in Verbindung zu bringen sey, daſs dieser Vocal am nächsten demjenigen kommt, was man gewöhnlich als „unartikulirten Laut" bezeichnet, möge dahingestellt bleiben.)

Die Resultate aus den Zahlen der Tabelle III lassen sich durch äuſserst mannigfaltige Versuche an der eigenen Stimme bestätigen. Bei denselben spielt der günstige Zufall zwar eine wichtige Rolle, und es hält oft schwer, die Beobachtung einer bis dahin an der Empfindung stets spurlos vorübergegangenen Erscheinung, nachdem man dieselbe ein oder zweimal gemacht hat, wiederholen zu können; allein durch Anwendung von Kunstgriffen, auf die man dabei unwillkürlich geführt wird, erhält man trotzdem oft überraschende Bestätigungen der Theorie. Es möge genügen, hier *einen* solchen Versuch anzuführen. Beim dumpfen *U* sind nach der Tabelle III die beiden ersten Theiltöne, besonders wenn man sie in die Gegend der charakteristischen Tonhöhe fallen läſst, von Allen bei weitem die stärksten. Wählt man nun die Tonhöhe dem-

gemäfs und verstärkt noch den Klang dadurch, dafs man die Ohren durch Auflegen der flachen Handteller sanft verschliefst, so hört man zwei um eine Octave auseinanderliegende Töne, deren jeder, wenn man die Aufmerksamkeit auf ihn allein concentrirt, in der That sehr ähnlich dem Klange einer Stimmgabel ist, welche auf denselben Ton abgestimmt und auf einen Resonanzkasten aufgesetzt ist.

Was die Tabelle IV betrifft, so unterscheidet man sofort zwischen den einzelnen Horizontalreihen zwei Kategorien von Unterschieden. Sämmtliche Reihen fangen mit der dem Tone *c* (dem tiefen *c* des Basses) entsprechenden Einheit der Tonstärke an, aber die eine erreicht früher, die andere später ihr Maximum, und zwar erkennt man unmittelbar, dafs das Maximum desto später erreicht wird, je heller der Vocalklang ist. Zur Definition des „hellen“ resp. des „dumpfen“ Vocalcharakters wirken daher ebenfalls „charakteristische Tonhöhe“ und „charakteristische Ordnungszahl“ zusammen. Speciell ergiebt sich die erstere für das dumpfe *U* in der Gegend des *g*, beim hellen *U* zwischen *g* und *b*, also ungefähr dem Violinen-*a* entsprechend; ferner rückt sie für das scharfe *O* bis zum *b* und c_2 hinauf, beim schwedischen $\mathring{A}$ fällt sie auf das e_2, beim hellen *A* auf a_2, ungefähr in dieselbe Gegend auch bei $\ddot{A}$ und *E*, und am höchsten hinauf, nämlich auf das c_3, d. h. auf die durchschnittliche Gränze der menschlichen (Sopran-) Stimme beim *J*. Endlich zeigt sich, dafs $\ddot{U}$ und $\ddot{O}$ zwei charakteristische Tonhöhen haben; und zwar liegen die beiden Maxima der Intensität für $\ddot{U}$ ziemlich nahe bei einander (bei g_1 und g_2), für $\ddot{O}$ dagegen beträchtlich von einander entfernt (bei *g* und c_3). Die Abweichung der Zahl für $\ddot{U}$ auf *g* von dem regulären Verlaufe, wie die Horizontalreihe ihn vermuthen läfst, ist zu geringfügig, um sie in den Kreis der Betrachtung zu ziehen.

Die Gröfse der Mundhöhle, wie sie sich bei den verschiedenen Vocalen herstellt, in Verbindung mit der Weite der Oeffnung entspricht diesen Resultaten vollkommen.

Ordnet man nämlich die Vocale das eine Mal nach der Gröfse der Oeffnung (in steigender Reihe), das andere Mal nach dem Volumen der Mundhöhle (ebenfalls in steigender Reihe), so erhält man für ein mittleres, ungezwungenes Timbre die beiden Anordnungen[1]):

1) $\bar{U}$, $\ddot{U}$, $\breve{U}$, $\bar{O}$, $\ddot{O}$, J, E, $\mathring{A}$, A, A.

2) J, E, $\ddot{U}$, $\ddot{O}$, O, $\breve{U}$, $\bar{U}$, $\mathring{A}$, A, A.

Die Art und Weise, wie diese beiden Einflüsse sich zusammensetzen, ist jedenfalls eine ziemlich complicirte.

(Man vergleiche z. B. die für die einfachsten Resonatoren schon sehr complicirten Formeln von Helmholtz in Crelle's J. Bd. 57, oder bei Kirchhoff, Vorlesungen etc. S. 344.)

Zur Bestätigung des Obigen genügt es aber auch, je zwei demselben Vocal entsprechende Stellen in reciprokem Sinne zu combiniren; d. h. die charakteristische Tonhöhe mufs beim Fortschreiten in der ersten Reihe zunehmen, beim Fortschreiten in der zweiten Reihe dagegen abnehmen. Daraus folgen aber in der That die aus der Tabelle IV geschlossenen Verhältnisse; z. B. dafs U die tiefste, A eine mittlere, J die höchste charakteristische Tonhöhe besitzt. Dabei ist jedoch zu beachten, dafs in einigen Fällen der Einfluſs der Oeffnung denjenigen der Mundhöhle selbst bedeutend übertrifft. Man erkennt dies unter Anderem beim hellen A, dessen charakteristische Tonhöhe viel näher derjenigen des J, als der des U, d. h. viel näher an der oberen, als der unteren Gränze ihres Gebietes überhaupt liegt. Bei dem Kampfe zwischen Oeffnung und innerem Volumen, welche beide hier so grofs als möglich geworden sind, zieht das Innere den Kürzeren. Man wird das aber auch ganz natürlich finden, wenn man bedenkt, dafs

1) Hierin bedeutet $\bar{U}$ das dumpfe, $\breve{U}$ das helle U. Etwas abweichend von diesen Reihen, auch im Principe, sind die von Kempelen (man sehe unter Anderem Funke, Lehrbuch der Physiologie, S. 735) aufgestellten, deren eine sich auf die „Weite des Mundkanals" bezieht, während das Princip der entsprechenden obigen Reihe das Volumen ist.

gemäfs der Theorie der Luftschwingungen in Räumen, welche durch eine Oefinung mit dem unendlichen Raume communiciren, die Grenzschicht, in welcher man die durch den Uebergang gestörte Bewegung gesondert darstellen mufs, gröfser und daher das für die reinen Schwingungen, wie sie dem Inneren des Resonanzraumes entsprechen, in Betracht kommende Gebiet kleiner wird, wenn die Oeffnung eine beträchtliche, und daher die Abgeschlossenheit des betrachteten Raumes, wie des Mundes beim *A*, eine gröfstentheils illusorische wird.

Die hier erörterten Werthe der charakteristischen Tonhöhen, die ich etwa als die *„reducirten charakteristischen Tonhöhen“* bezeichnen möchte, liegen viel näher aneinander, als diejenigen, welche noch durch den Einflufs der Ordnungszahlen getrübt sind, und die man, da sie ein unmittelbarer Ausdruck der Beobachtung sind, den ersteren als die „scheinbaren charakteristischen Tonhöhen“ gegenüberstellen kann. So ist z. B. die scheinbare charakteristische Tonhöhe des dumpfen *U* das ungestrichene *f* [1]), während die reducirte um mehr als eine Octave höher liegt. Das Umgekehrte findet für *i* statt: hier liegt die reducirte charakteristische Tonhöhe um mehr als eine Octave niedriger, als die scheinbare. Ferner fällt durch Elimination des Einflusses der Ordnungszahl der Partialtöne beim *Ä*, *E*, *J* die Zweitheilung der charakteristischen Tonhöhe fort, indem sie sich einem Durchschnittswerthe mehr oder weniger nähert, (man vergl. Helmholtz l. c.). Auffallend ist es, dafs beim *Ü* und *Ö*, wo auch die wahre charakteristische Tonhöhe zwei Werthe aufweist, die Anordnung derselben gerade eine umgekehrte ist als dort: hier schliefsen die beiden charakteristischen Tonhöhen für

1) Nach der Angabe von Helmholtz l. c. S. 177, die ich gegenüber der Donders'schen, erheblich abweichenden, mit Hülfe der Kugel-Resonatoren für die meisten Vocale genau bestätigt fand. Speziell hier entspricht der von *D* angegebene Ton *f*, schon sehr näherungsweise dem altdeutschen *no*, also auch dem deutschen *o*, und gerade in Bezug auf diesen Vocal weicht die holländische Aussprache wenig von der norddeutschen ab.

Ü diejenigen für *Ö* ein, dort findet das Entgegensetzte statt.

Dafs die reducirten charakteristischen Tonhöhen näher bei einander liegen, als die scheinbaren, ist offenbar eine Folge davon, dafs bei den dumpfen Vocalen der Einfluſs der Ordnungszahl die erstere vertieft, dagegen bei den helleren, wo die späteren Partialtöne relativ den gröfsten Antheil an der Gesammtintensität haben, erhöht, und es stimmt hiermit überein, dafs bei dem Vocale *A*, der in dieser wie in mancher anderen Beziehung eine gewisse mittlere Stellung einnimmt, die reducirte charakteristische Tonhöhe mit der scheinbaren annähernd zusammenfällt.

Ein wesentlicher Unterschied zeigt sich ferner in den Verhältnissen der Zahlen selbst untereinander. Die Stärke des Tones $c=1$ gesetzt, ist das Maximum der Intensität für *U* und *Ü* etwa durch die Zahl 2 oder 3, für *E* und *J* einerseits, *Ö* und *Ä* andererseits durch eine der Zahlen 4 bis 6, dagegen für *O* durch 8, für *A* durch 12 und für das breite $\mathring{A}$ gar durch 18 bis 20 ausgedrückt. Es zeigt sich somit, dafs hier die Vocale $\mathring{A}$ und *A*, welche sonst eine gewisse Mittelstellung einzunehmen pflegen, die obere Gränze bezeichnen, während die sonst diametral gegenüberliegenden Vocale *U* und *J* hier nahezu unter dieselbe Kategorie fallen. Daraus ist zu schliefsen, dafs das Verhältnifs des Maximalwerthes der Intensität zu ihrem Werthe für einen beliebig, aber fest gewählten Ton das Charakteristikum, wenn nicht geradezu die Definition ist für die Erscheinung, die man gewöhnlich durch die Bezeichnungen eines „vollen Klanges“ ($\mathring{A}$, *A*, auch noch *O* und *Ä*) und eines „leeren Klanges“ (besonders *E*, aber auch *Ü* und *J*) angiebt. Dem ersteren würde sonach ein grofser, dem letzteren ein kleiner Werth jenes Verhältnisses entsprechen. Hiermit hängt es zusammen, dafs die Vocale *U* und *J* als die beiden Gränzen des Vocalgebietes anzusehen sind, und zu der schon früher erwähnten, in diesem Sinne charakteristischen Eigenthümlichkeit des dumpfen

U-Klanges kommt hier noch die hinzu, dafs die Verschiedenheit der Intensität für verschiedene Tonhöhen, welche bei dem Consonanten-Geräusch jedenfalls verschwindet, schon bei *U* und *J* sich dieser Gränze einigermafsen nähert und so den Uebergang kennzeichnet, einerseits vom dumpfen *U* zu den aushaltenden Labialconsonanten (*v*, *f*, *m*)[1]), mit periodischer Bewegung, andererseits vom gepreſsten *J* zu den die analoge Rolle spielenden Guttural-Consonanten (*j*, *ch* in seinen beiden Nüancen). Es stimmt damit sehr gut überein, dafs die Zahlen in der für *J* geltenden Horizontalreihe der Tabelle IV noch geringere Differenzen aufweisen, wenn man bei den Versuchen, die zu ihrer Berechnung erforderlich sind, das *J* etwas gequetscht, d. h. dem *j* angenähert, ausspricht.

Auch die Ergebnisse der Tabelle IV lassen sich durch Versuche, wie sie im Anschluſs an die vorige Tabelle erwähnt wurden, auf mannigfaltige Art bestätigen. Auch hier muſs ich der Kürze halber auf ein Beispiel mich beschränken.

Wendet man wie oben das auf dem sanften äuſseren Verschluſs der Ohren beruhende Mittel zur Verstärkung des Klanges an, und singt man dann *in einem Athemzuge* ein mittleres *U*, vom g_{-1} beginnend bis zum g_1, d. h. bis zur oberen Stimmgränze (die Specialitäten der Angaben beziehen sich auf eine Bariton-Stimmlage), so hört man, obgleich während der Dauer eines Athemzuges eine Verlangsamung der Expiration, also eine Verminderung des Drucks auf die Stimmbänder anzunehmen ist, trotzdem den Klang sehr entschieden anschwellen, von Ton zu Ton an Mächtigkeit zunehmen. Das ist ein Beweis dafür, dafs der Vocal *U* in der Gegend des g_1 am besten anspricht, gerade wie es die Theorie verlangt.

1) Wenn hier auch *m* zu den Labialbuchstaben gerechnet wird, so hat das seine Berechtigung darin, dafs bei ihm die Lippen eine ebenso wichtige negative Rolle (durch Verschluſs) spielen, als sonst eine positive.

Ich habe gerade dieses Beispiel hier angeführt, um einen Einwurf zu erledigen, der gegen die obige Erklärung gemacht werden kann, der aber auf einer unrichtigen Thatsache basirt. Es wird nämlich vielfach behauptet, die höchsten in der Stimmlage vorhandenen Töne könnten nur laut gesungen werden (u. A. Hermann, Grundrifs der Physiologie des Menschen, S. 265); das würde dann allerdings die Beweiskraft des obigen Versuches erheblich schwächen. Es ist aber durchaus nicht der Fall; im Gegentheil bedarf es grofser Anstrengung, diejenigen Töne laut zu singen, die man leise noch ohne Schwierigkeit hervorbringt. Die Veranlassung zu obiger Behauptung scheint mir der bei diesen Tönen stattfindende Uebergang vom Brustton zum Fisteltone gewesen zu seyn, der eben nicht ganz plötzlich geschieht. Diejenigen Töne, die sich leichter laut singen lassen, als gleich hohe schwache Töne, sind dann eben nicht mehr reine Brusttöne.

Was die Gesetze des Ansteigens und Absteigens der einzelnen Horizontalreihen beider hier besprochener Tabellen betrifft, so komme ich sogleich darauf zurück, mufs jedoch zu diesem Zwecke etwas weiter ausholen.

§ 5. *Mathematische Darstellung der empirischen Resultate.*

Die Vocale sind die Folge der Schwingungen der Stimmbänder und der dadurch erregten Schwingungen der Luft in der Mundhöhle. Das Princip dieser Erregung ist die Resonanz, und durch die Oeffnung des Mundes pflanzt sich die Bewegung fort bis zum Ohre des Hörenden. Die Bewegung der Luft ist dabei eine fortschreitende Wellenbewegung und zwar fällt die Schwingungsrichtung mit der Richtung der Fortpflanzung zusammen, d. h. die Wellen sind longitudinale. Das allgemeine Integral der für diesen Fall bestehenden Differentialgleichung hat bekanntlich die Form:

$$\xi = \Sigma_\alpha A_\alpha \sin(2\pi\alpha n t + c_\alpha), \tag{1}$$

wo ξ die Verrückung zur Zeit t bedeutet. Der Index α

bestimmt einen speciellen, in dem Klange (1) enthaltenen einfachen Ton, die Constante $A_{\mathfrak{a}}$ dessen Amplitude, also seine Intensität; in ihrem Verhältnisse zu einander bestimmen daher die verschiedenen Werthe, welche $A_{\mathfrak{a}}$ bei variirendem $\mathfrak{a}$ annimmt, die Antheile der Partialtöne an der Gesammtintensität des Klanges. Ferner ist $c_{\mathfrak{a}}$ die Phase der Oscillation, und n die Schwingungszahl des tiefsten, d. h. des sogenannten Grundtones. Die Schwingungszahl des $\mathfrak{a}$. Theiltones dann nach (1) $\nu_{\mathfrak{a}} = \mathfrak{a} . n$.

Um einen Ausdruck für die oben für die Vocalklänge entwickelten Resultate zu erhalten, ist nun folgender Weg einzuschlagen; dabei müssen wir aber die Bedeutung der Gröfsen A ein wenig ändern. Es sind dies, wie die Theorie verlangt, Gröfsen, welche von t unabhängig sind; wir können und wollen aber annehmen, dafs sie von n abhängen, also variiren, wenn der Singende die Tonhöhe ändert. Wir haben dann statt der Gleichung (1) zu schreiben:

$$(2) \qquad \xi = \Sigma_{\mathfrak{a}} f_{\mathfrak{a}}(n) . \sin(2\pi \mathfrak{a} n t + c_{\mathfrak{a}}),$$

und der Werth von $f(n)$ wird hierin für die verschiedenen $\mathfrak{a}$ ein verschiedener seyn.

Das Schema der Versuche, welche anzustellen sind, um diese Funktionen zu bestimmen, ist angegeben in den Verticalreihen der Tabelle II; nur ist eine viel gröfsere Reihe von Werthbestimmungen erforderlich; für jeden Theilton ergiebt sich dann eine ganz bestimmte Intensitätscurve (entsprechend der Funktion f, wenn man darin $\mathfrak{a}$ als constant betrachtet); dieselbe wird ein Maximum haben, entsprechend der charakteristischen Tonhöhe, und die verschiedenen Maxima werden nicht zusammenfallen. Will man dann ein Bild der Abhängigkeit der Intensität von der Tonhöhe in irgend einem bestimmten Momente[1]) erhalten, so hat man diese Kurven in demselben Coordinatenfelde zusammenzustellen, mufs dabei aber die Einheit der

1) z. B. für $t = o$; der Einfachheit wegen möge nämlich vorausgesetzt werden, dafs nur solche Fälle betrachtet werden, in denen die Phase $c_{\mathfrak{a}}$ von $\mathfrak{a}$ unabhängig ist.

Ordinatenlänge für die verschiedenen Kurven nicht einander gleich wählen, sondern proportional mit gewissen Intensitätszahlen, welche sich aus Versuchen ergeben, die von der absoluten Tonhöhe unabhängig sind, die also den isolirten Punkten entsprechen, aus denen sich bei constantem n die Funktion f zusammensetzt. Die Addition der Ordinaten leistet dann das Gewünschte. Allein erstens wird die Darstellung nicht so einfach, wenn man den Bewegungszustand in seiner Abhängigkeit von der Zeit kennen lernen will (denn dann lassen sich die Coefficienten der Periodicitätsfactoren nicht zusammenfassen), und zweitens sind die von dieser Methode erforderten, oben erwähnten beiden Versuchsreihen, die ich zwar angestellt, aber eben deshalb nicht wiedergegeben habe, äufserst schwierig und von fremden Einflüssen kaum zu befreien. Es ist daher ein glücklicher Zufall, dafs die bereits oben abgeleitete specielle Form der Funktion $f(\mathfrak{a}, n)$ diese Versuche und Betrachtungen unnöthig macht. Dabei ist jedoch bei der Deutung der dort (S. 25) aufgestellten Gleichung

$$(A)\quad f(\mathfrak{a}, n') = \psi(\mathfrak{a}) \cdot \varphi(n')^{1})$$

mit Vorsicht zu verfahren. Es wäre nämlich falsch, etwa in Anbetracht des Umstandes, dafs der Faktor $f(n)$ von $\mathfrak{a}$ unabhängig ist, denselben vor das Summenzeichen der Gleichung (2) zu setzen und diese somit zu schreiben:

$$[\xi = \varphi(n) \cdot \Sigma_{\mathfrak{a}} \psi(\mathfrak{a}) \cdot \sin(2\pi \mathfrak{a} n t + c)]$$

(Man sieht das unter Anderem dadurch ein, dafs dann die Vertheilung der Intensität auf die Partialtöne von dem Factor $\varphi(n)$, also von der absoluten Tonhöhe unabhängig wäre, entgegen den Zahlen der Tabelle II.) — Es bedeutet nämlich in dem Ausdrucke $\varphi(n')$ das Argument n' die Schwingungszahl des Tones, auf den sich das Argument

1) Das obige p ist hier mit $\mathfrak{a}$, n mit n' bezeichnet. Aufserdem ist zu beachten, dafs die 3 Funktionen dieser Gleichung sich auf die Amplituden, diejenigen der Gl. auf S. 17 dagegen auf die Intensitäten beziehen. Diese sind also die Quadratwurzeln aus jenen.

des andern Factors bezieht; dagegen bedeutet unter dem Sinus n die Schwingungszahl des Grundtones; will man daher beide Zahlen durch n ausdrücken, so hat man statt (A) zu schreiben:

$$(B) \quad f(\mathfrak{a}, n) = \psi(\mathfrak{a}) \cdot \varphi(\mathfrak{a}n).$$

Der Specialwerth des Argumentes der φ-Funktion, also auch der Werth dieser selbst wird dann für jeden Partialton ein anderer seyn und man hat definitiv die folgende Bewegungsgleichung:

$$(3) \qquad \xi = \Sigma_{\mathfrak{a}} \varphi(\mathfrak{a}n) \cdot \psi(\mathfrak{a}) \cdot \sin(2\pi \mathfrak{a} n t + c_{\mathfrak{a}}).$$

Der erste Faktor läfst sich nun mit Hülfe der Tabelle IV unmittelbar charakterisiren. Dabei soll, da $(\mathfrak{a}n)$ nur einen bestimmten Werth von n bezeichnet, der Kürze halber von einer Funktion $\varphi(n)$ gesprochen werden.

Zunächst zeigt sich, dafs die Curven, welche diesen Factor für den einen oder den anderen Vocal bestimmen, im Allgemeinen ein einziges Maximum haben und von diesem aus zu beiden Seiten fallen, bis sie sich, wie man ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen darf, in der Unendlichkeit der horizontalen Axe von oben her unendlich nähern. Zur genauern Diskussion stellen wir erst das Coordinatensystem, und in Verbindung damit die unabhängige Variable fest. Wählt man unmittelbar die Schwingungszahl n zur unabhängigen Variabeln x, so hat man zu beachten, dafs nur für positive Werthe von x, und zwar auch hier nur von einer gewissen Stelle an (nämlich von $x = 16$ an, wenn man die Sekunde zur Zeiteinheit wählt) die Ordinate reelle Werthe hat. Gleichzeitig hat dann das Coordinatenfeld, vom Standpunkte der musikalischen Intervalle aus betrachtet, den Uebelstand, dafs man seinen Maafsstab von rechts nach links verkürzt sich vorstellen mufs; will man daher ein möglichst ähnliches Bild des Tongebietes erhalten, so hat man, in Erwägung des diesen Uebelstand hervorrufenden Umstandes, dafs nämlich die musikalischen Intervalle in arithmetischer Reihe fortschreiten, wenn die Schwingungszahlen in geometrischer zuneh-

men, statt der Schwingungszahl deren Logarithmus einzuführen. Es wird sich dann weiter empfehlen, das Maximum in die Ordinatenaxe fallen zu lassen; das einzige mangelhafte an dieser Wahl ist es, dafs auf diese Weise das Coordinatensystem für jeden Vocal ein anderes wird. Man hat dann offenbar

$$x = \lg\left(\frac{n}{N}\right)$$

zu setzen; denn dem Werthe $n = N$ (wo N die Schwingungszahl des Tones in der charakteristischen Tonhöhe bedeutet), entspricht der Werth $x = o$, wie erfordert, und die Ordinate hat jetzt für alle positiven und negativen Werthe von x, welche innerhalb der Gränzen des Gebietes der Hörbarkeit liegen, reelle Werthe. Will man schliefslich noch die Octave zur Einheit des musikalischen Intervalles wählen, so hat man dafür zu sorgen, dafs dem Werthe $n = 2N$ der Werth $x = 1$ entspreche. Man erreicht dies und gleichzeitig allgemein, dafs für $n = 2^k . N$ $x = k$ werde, wenn man setzt:

$$x = \frac{\lg\left(\frac{n}{N}\right)}{\lg 2} = \frac{\lg n - \lg N}{\lg 2} \qquad (4)$$

Diese Gleichung wollen wir definitiv beibehalten.

Wenn nun die Intensität überhaupt eine algebraische Funktion dieses Logarithmus ist, so machen es die oben angeführten Eigenschaften in hohem Grade wahrscheinlich, dafs die ihr entsprechende Curve von der dritten Ordnung sey. Dafs sie mindestens von dieser Ordnung ist, folgt daraus, dafs es gerade Linien giebt, welche sie in drei Punkten schneiden. Wir wollen annehmen, sie sey nicht von höherer Ordnung; dafür spricht, dafs es keine gerade Linie zu geben scheint, welche sie in mehr als drei reellen Punkten schnitte, und dafs etwa vorhandene, für jeden Werth der Constanten, theilweise oder ganz imaginäre oder in der Unendlichkeit liegende Zweige für das Folgende ohne Werth sind. Da ferner die Intensität eine eindeutige Funktion der Schwingungszahl, nämlich $y = [\varphi(n)]^2$ ist,

darf in der zu bildenden Curvengleichung y höchstens in der ersten Potenz vorkommen. Es fallen daher aus der allgemeinen Gleichung dritten Grades zwischen zwei Variabeln 3 Glieder fort, und sie geht in die speciellere über:

$$ax^3 + bx^2 y + cx^2 + dxy + ex + fy + g = o,$$

woraus sich

$$y = -\frac{ax^3 + cx^2 + ex + g}{bx^2 + dx + f}$$

ergiebt. Nun soll für $x = \pm\infty$ $y = o$ werden; der Zähler der gebrochenen Funktion, welche y darstellt, mufs daher von niederer Ordnung als der Nenner seyn, d. h. es wird $a = c = o$ und

$$y = -\frac{ex + g}{bx^2 + dx + f}.$$

Es ist noch zu untersuchen, ob diese Curve, wie verlangt, die $x =$ Axe zur Asymptote habe. Das ergiebt sich aber sehr einfach auf folgende Weise. Die Gleichung der Tangente

$$\eta - y = \frac{dy}{dx}(\xi - x)$$

wird hier:

$$\eta + \frac{ex + g}{bx^2 + dx + f} = (\xi - x).\frac{-e(bx^2 + dx + f) + (2bx + d)(ex + g)}{(bx^2 + dx + f)^2}$$

Setzt man hierin $x = \infty$, wodurch die Tangente speciell in eine Asymptote übergeht, so wird links das zweite Glied, und die ganze rechte Seite unendlich klein, das einzige Glied η, dessen Gröfsenordnung unbestimmt bleibt, mufs daher auch unendlich klein seyn, d. h. man erhält als Gleichung der Asymptote $\eta = o$; sie fällt also in der That mit der Abscissenaxe zusammen.

Die bisherigen Schlüsse gelten für jede mit n durch eine logarithmische Beziehung verknüpfte unabhängige Variable. Adoptirt man definitiv die Gleichung (b), so entspricht dem Werthe $x = o$ der Werth $n = N$, d. h. der Maximalwerth von y. Es mufs daher

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=o} = o$$

seyn. Diese Gleichung gestaltet sich nun hier folgendermaſsen:

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{e(bx^2+dx+f)-(2bx+d)(ex+g)}{(bx^2+dx+f^2)}\right),$$

also

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=o} = \frac{dg-ef}{f^2} = o,$$

und schlieſslich

$$dg = ef, \text{ oder: } d:f = e:g.$$

Setzt man, dieser Proportion gemäſs:

$$d = \varkappa . e,\ f = \varkappa . g,$$

wo $\varkappa$ eine Constante bedeutet, so wird

$$y = -\frac{ex+g}{bx^2+\varkappa(ex+g)},$$

und endlich, wenn man Zähler und Nenner mit $\frac{1}{b}$ multiplicirt und den Constanten e und g Bedeutungen giebt, die den bisherigen gleich, aber entgegengesetzt sind, unter Einführung neuer Zeichen:

$$y = \frac{\alpha x+\beta}{x^2+\varkappa(\alpha x+\beta)}. \qquad (5)$$

Von den 3 noch übrig gebliebenen Constanten α, β, $\varkappa$ bestimmt $\varkappa$ das Maximum der Intensitätscurve; denn für $x = o$ wird

$$y_{max.} = \frac{1}{\varkappa},$$

dagegen bestimmen α und β den sonstigen Verlauf derselben.

Es wäre nun naheliegend, die Curve weiter so zu specialisiren, daſs sie symmetrisch in Bezug auf die y Axe wird. Diese Bedingung läſst sich allgemein nur erfüllen, wenn man

$$\alpha = o$$

und mithin

$$y = \frac{\beta}{x^2+\varkappa\beta}$$

setzt. Aus einem Grunde, der nach Durchführung der Rechnung ersichtlich werden wird, soll jedoch die etwas allgemeinere Gleichung (5) beibehalten und der Darstellung

der Zahlen der Tafel IV zu Grunde gelegt werden. Dabei wird sich auch für α ein bestimmter (von Vocal zu Vocal wechselnder) Werth ergeben, und aus der Abweichung desselben vom Nullwerthe wird sich ein gewisser Schluſs ziehen lassen.

Die Berechnungsmethode selbst ist unmittelbar klar. Setzt man zunächst $x = o$, so erhält man $\varkappa$ als den reciproken Werth der in der Tabelle IV fettgedruckten Zahlen; man wird jedoch im Folgenden finden, daſs gewöhnlich eine etwas höhere Zahl für das Maximum gewählt worden ist; demselben entspricht dann auch ein etwas anderer Werth von N; diese Werthe sind als Correctionswerthe wegen der in Tabelle IV fehlenden Zwischenstufen zu betrachten; sie sind das Resultat einer, eben ohne diese Correction angestellten Rechung, welche leicht ersichtlich und daher hier fortgelassen worden ist. Für die Bestimmung der Constanten α und β hat man bei jedem Vocale so viele Gleichungen, als die Tabelle IV Vertikalreihen; es sind *je* zwei dieser Gleichungen zu combiniren und aus der grossen Anzahl von Werthen dann jedesmal, mit den für diese Rechnung bekannten Vorsichtsmaſsregeln, der Mittelwerth herzustellen. Sowohl diese Werthe als die daraus gebildeten Gleichungen für y stimmen im Allgemeinen sehr gut für die Vocale $\bar{U}$, $\breve{U}$, $\bar{O}$, für die anderen Vocale stimmen sie wenigstens für die Tonhöhen abwärts von der charakteristischen Tonhöhe sehr gut; und die geringen Abweichungen für die höheren Tonlagen verlieren noch von der Bedeutung, wie man sie ihnen anfangs vielleicht beilegen könnte, wenn man bedenkt, daſs diese Zahlen Tonhöhen entsprechen, die meist weit über die Gränze des männlichen Stimmorgans hinausliegen, und die daher berechnet sind aus Versuchen, in denen sie stets die Rolle von späten Obertönen spielten. Wenn daher die Curve, welche aus den Werthen der Intensität für beide Hälften des Tongebietes berechnet ist, denen für die erstere sich mehr anschlieſst als den anderen, so ist immerhin anzunehmen, daſs sie selbst eine gewisse Correction ausübt.

Uebrigens habe ich, zur Vervollständigung, für diese Vocale aufserdem je zwei Curven dritter Ordnung mit verschiedenen Constanten berechnet, von denen die erste für das Tongebiet unterhalb der charakteristischen Tonhöhe, die letztere für das Gebiet oberhalb derselben gilt; die erstere ist nur aus der ersten, die letzte nur aus der zweiten Zahlengruppe einer Horizontalreihe der Tafel IV berechnet; in der einen darf x von $-\infty$ bis o, in der anderen von o bis $+\infty$ variiren. In ihrem Gebiete liefert dann jede Curve sehr genaue Angaben. In der folgenden Tabelle sind *die* Werthe von N, $\varkappa$, α, β für die verschiedenen Vocale zusammengestellt, welche sich auf die durch das ganze Gebiet geltenden Curven beziehen. Aufserdem habe ich danach die Intensitätscurven construirt und in der beifolgenden Tafel I aufgezeichnet. Um die Deutlichkeit des Bildes, welches dieselbe von dem Vocalgebiete in Bezug auf die Intensität des Klanges in verschiedenen Tonhöhen entwirft, nicht zu beeinträchtigen, habe ich dort jedoch nur die Curven für die 6 wesentlichsten Vocalklänge verzeichnet.

Tabelle V,

enthaltend die Constanten der Intensitätscurven der verschiedenen Vocale.

$$y = \frac{\alpha x + \beta}{x^2 + \varkappa(\alpha x + \beta)}.$$

Vocale	N	$\varkappa$	α	β
1. *U*, dumpf	400	0.50	− 0 78	2.21
2. *U*, hell	450	0.29	− 0.73	2.45
3. *O*.	500	0.13	− 0.50	3.85
4. Å.	600	0.05	+ 2.17	6.36
5. *A*.	800	0.08	+ 2.71	15.51
6. *E*.	760	0.17	+ 0.54	3.70
7. *I*.	1000	0.19	+ 1.21	7.90
8. Ä.	780	0.16	− 1.29	3.19

Bei den Vocalen *Ü* und *Ö* müfste man, um eine annähernd richtige Darstellung zu erlangen, zwei Curven 3. Ordnung in Betracht ziehen, welche um ein gewisses Stück der Abscissenaxe gegen einander verschoben sind, und welche in den Summen entsprechender Ordinaten die Intensität geben. Die letztere wird dadurch natürlich eine Funktion höheren Grades in x.

Als Anhang folgen hier noch die Constanten der beiden oben eingeführten Theilcurven für einige Vocale. Ihre Werthe für negative x sind mit α_1 und β_1, diejenigen für positive x resp. mit α_2 und β_2 bezeichnet. Der Werth von $\varkappa$ ist selbstverständlich beiden Theilen gemeinsam.

Tabelle Va.

$$y_{x<0} = \frac{\alpha_1 x + \beta_1}{x^3 + \varkappa (\alpha_1 x + \beta_1)}, \quad y_{x>0} = \frac{\alpha_2 x + \beta_2}{x^3 + \varkappa (\alpha_2 x + \beta_2)}$$

Vocale		α_1	β_1	α_2	β_2
1.	*O.*	— 0.33	4.67	+ 0.75	1.0
2.	Å.	— 1.1	4.2	+ 4.7	4.6
3.	*A.*	+ 1.8	8.3	— 3.9	30.8
4.	*E.*	— 2.25	4.3	+ 4.77	— 2.05
5.	*I.*	— 0.05	8.8	+ 6.0	1.2

Zunächst ergiebt sich aus Tabelle V, dafs die Schwingungszahl der charakteristischen Tonhöhe für die verschiedenen Vocale zwischen 400 (dumpfes *U*) und 1000 (*J*) variirt; das Gebiet, in welchem charakteristische Tonhöhen überhaupt liegen, erstreckt sich also vom g_1 bis zum c_3, also nur durch ungefähr ein und eine halbe Octave. Diese Gränzen sind, wie schon erwähnt, viel enger als diejenigen des Gebietes der scheinbaren charakteristischen Tonhöhen. Sie sind aber auch den gesanglichen Verhältnissen entsprechender, indem diese reducirten charakteristischen Tonhöhen aller Vocale in derjenigen Octave oder in ihrer

Nähe liegen, welche die Mittellage der menschlichen Stimme ausmacht.

Was die Werthe von $\varkappa$ betrifft, so sind dieselben, als die reciproken Maxima, bereits oben diskutirt worden.

Die Werthe von α und β weisen für die ersten fünf Vocale eine stete Zunahme auf, und die Werthe für die drei letzten Klänge ordnen sich in gewisse Intervalle der ersteren ein. Dabei zeigt sich, dafs die Werthe von α zu beiden Seiten des Nullpunktes herumschwanken, ohne sich für irgend einen Vocal weit von ihm zu entfernen. Die Abweichungen von dem oben deducirten Nullwerthe, welcher α eigentlich zukommen müfste, sind also zwar gering, können aber, wie aus ihrer regelmäfsigen Anordnung hervorgeht, ohne Bedeutung, d. h. ausschliefslich Folgen von Beobachtungsfehlern, nicht seyn. Sie haben nämlich zur Folge, dafs die Gestalt der Intensitätscurve eine von der proponirten etwas abweichende wird. Für die Vocale *U*, *O*, *Ä* wird nämlich für gewisse positive, für *Å*, *A*, *E*, *J* für gewisse negative $x =$ Werthe die Intensität, indem sie durch Null hindurchgeht, negativ; sie bleibt es dann, ohne übrigens jemals einen beträchtlichen negativen Werth zu erreichen (das absolute Minimum beläuft sich durchschnittlich auf 0.1, wird aber nie gröfser als 0.3), und schmiegt sich dann von der unteren Seite her an die Abscissenaxe an, die sie auch jetzt noch zur Asymptote hat. Sobald aber die Intensität $y = [\varphi(n)]^2$ negativ wird, wird die Amplitude $\varphi(n)$ selbst imaginär und somit die durch (3) dargestellte Bewegung unmöglich. Daraus ist zu schliefsen, dafs der Schnittpunkt der Curve mit der Abscissenaxe den Gränzwerth von x, also auch von n, und somit diejenige Tonhöhe angiebt, für welche der betreffende Vocalklang sich gerade noch singen läfst, während das für Tonhöhen, welche jenseits liegen, nicht mehr möglich ist. Dabei sind unter den jenseitigen Höhen für die erstgenannten Vocale die höheren, für die übrigen die tieferen Töne zu verstehen. Dieses Ergebnifs, von dem

Fig. 1 Taf. II ein Bild gewährt, entspricht durchaus den Vermuthungen, zu welchen die Erfahrung direct führt, indem sie zeigt, dafs man die dunmpfen Vocale auf sehr hohe, die grellen auf sehr tiefe Töne schwerer singen kann, als in den Mittellagen oder gar in den jedesmal günstigsten Lagen (den charakteristischen Tonhöhen), und es widerspricht andererseits der feststehenden Thatsache, dafs man trotzdem jeden Vocal durch das ganze Stimmregister hindurch singen *kann,* deshalb nicht, weil die oben angedeuteten Gränzpunkte für alle Vocale schon jenseits des gewöhnlichen Gebietes der menschlichen Stimme liegen und sich mehr oder weniger den Punkten nähern, welche die obere oder untere Gränze für die Empfindung des Schalles überhaupt angeben.

Jene Gränzpunkte ergeben sich nun aus der Gleichung:

$$o = \frac{\alpha x + \beta}{x^2 + \varkappa (\alpha x + \beta)}, \text{ oder } o = \alpha x + \beta$$

d. h. sie sind bestimmt durch das Verhältnifs

$$(c) \qquad x = -\frac{\beta}{\alpha};$$

dadurch erhalten die Constanten α und β nun auch eine akustische Bedeutung. Daraus, dafs die Gleichung, aus der sich der dem Werthe $y = o$ entsprechende x-Werth ergiebt, linear ist, folgt weiter, dafs jeder Vocal nur *einen* solchen Gränzpunkt haben kann; auf der anderen Seite geht sein Gebiet bis an die Gränze des Stimmregisters. Bei der Fähigkeit des Mundes, einen stetigen Uebergang zwischen den Klängen der einzelnen Vocale herzustellen, ist mit Rücksicht auf den Gang der Werthe von α in Tabelle V zu vermuthen, dafs es einen oder einige Vocalklänge giebt, für welche $\alpha = o$ ist; einer derselben ist ein nicht ganz so scharf gesprochenes *O*, als dasjenige, welches obiger Tabelle zu Grunde liegt; er zeichnet sich dadurch aus, dafs er weder eine obere noch eine untere Gränze hat; oder, anders ausgedrückt, seine beiden Gränzpunkte sind zugleich die Gränzpunkte des Stimmregisters überhaupt. Gleichzeitig erhält für diesen Vocal die Intensitäts-

curve eine symmetrische Gestalt; dieser Vocal läfst sich somit auf zwei Töne, welche gleich weit von seiner charakteristischen Tonhöhe (etwa $N = 530$) abstehen, gleich gut singen.

Bevor ich in der Bildung der Gleichung (3), welche die Bewegung eines Lufttheilchens angiebt, wenn ein Vocal gesungen wird, fortfahre, wende ich mich, im Anschlufs an die Diskussion der Intensitätscurven, zu dem Einwande, welchen Herr v. Qvanten gegen das Princip der charakteristischen Tonhöhe in der Vocaltheorie erhoben hat. Indem ich dabei in Bezug auf den Inhalt desselben auf die Abhandlung verweise, beginne ich damit, zwei scheinbar nur in Worten liegende, aber doch äufserst wichtige Eigenthümlichkeiten derselben hervorzuheben. Statt der charakteristischen Tonhöhe des Originals wird hier von einem charakteristischen Ton gesprochen, und die ausgezeichnete Stellung, welche der Grundton bei Helmholtz unter den Partialtönen einnimmt, hat sich hier zu einem Gegensatze zwischen Grundton und Obertönen entwickelt. Die Abweichung wäre eine glücklichere geworden, wenn sie in entgegengesetztem Sinne erfolgt wäre. Hätte Herr v. Qvanten die hier festgehaltenen Begriffe einer „Gegend der charakteristischen Tonhöhe“ und der „Partialtöne“ seiner Kritik zu Grunde gelegt, so wäre ihm die Versöhnung der streitenden Ansichten wahrscheinlich gelungen, selbst wenn er bei dem Begriffe der „scheinbaren charakteristischen Tonhöhe“ stehen geblieben wäre. Er hätte dann, auf Grund der allein richtigen Anschauungsweise, dafs die charakteristische Tonhöhe zwar ein ganz scharf markirter, aber nicht ein isolirter Punkt, sondern das Maximum einer gewissen Curve ist, gefunden, dafs derjenige Partialton, der gerade in der Gegend der charakteristischen Tonhöhe liegt, bei Aenderung der Tonhöhe noch so lange stark bleibt, bis der nächste Partialton in diese Gegend hineingerückt ist. Ebenso sind dann die, einerseits die Tonhöhe, andererseits den Klang bestimmenden, einander gegenüberstehenden Elemente nicht mehr Grundton und Obertöne, sondern Grundton und Partial-

töne mit Einschluſs des Grundtones. Die Gränztöne, welche dann Herr v. Qvanten für die einzelnen Vocale aufführt, um Widersprüche mit der Theorie, aus der sie berechnet sind, zu zeigen, rücken dann alle eine Octave hinauf; die Widersprüche fallen weg, und die Töne, auf die nach Helmholtz der Vocal *A* sich am besten singen läſst, nämlich a_2 bis d_3 liegen, in auffallender Uebereinstimmung mit der Theorie, gerade in der Gegend der dem *A* charakteristischen Tonhöhe. Noch mehr klärt sich Alles das, was sich auf den Begriff des guten Ansprechens bezieht, auf, wenn man sich auf den Standpunkt der reducirten charakteristischen Tonhöhe stellt, und ich habe, von ihr ausgehend, die Curven abgeleitet, welche dieses Problem in einer sehr einfachen Weise lösen. Auf die Einzelheiten der Einwürfe gehe ich hier nicht ein, da dieselben von unserem Standpunkte aus sich theils ohne weiteres erledigen lassen, theils dem hier behandelten Thema ferner liegen. Nur in Bezug auf die Theorie vom „Timbre“ möchte ich Einiges hinzufügen. Ich halte auch hier ein anderes Verhältniſs der Begriffe für richtiger, als dasjenige, welches Klang und Timbre einander entgegensetzt. Es ist nämlich einleuchtend, daſs die Vocalklänge nicht eine einzige Reihe bilden; vielmehr ist von jedem Punkte aus eine Aenderung, d. h. ein Fortschreiten in sehr vielen Richtungen möglich; einige derselben werden dem Uebergange zu neuen Vocalnüancen entsprechen, aber es wird auch eine geben, bei welcher der Vocal erhalten bleibt. Dieses Verhalten ergiebt sich als eine nothwendige Folge der entwickelten Functional-Abhängigkeiten. Bezeichnet nämlich n das Volumen, p symbolisch die Form der Mundhöhle und V, ebenfalls symbolisch, einen Vocalklang, so ist, wie wir gesehen haben:

$$V = f(p, n)$$

und mithin:

$$dV = \frac{df}{dp}dp + \frac{df}{dn}dn.^{1})$$

1) Physikalisch ausgedrückt, bedeutet hier p die Art der Repartition; dieselbe ist aber ein stetig variirender Begriff, und daher die Differentiation einer Funktion desselben gestattet.

Die Bedingung für die Wahrung des Vocals ist daher:

$$\frac{df}{dp}\,dp + \frac{df}{dn}\,dn = o,$$

und eine Lösung

$$dp = o,\ dn = o.$$

Dieser Fall, in welchem Form und Gröfse der Mundhöhle beibehalten wird, ist selbstverständlich und ohne Interesse. Aber die obige Gleichung hat aufserdem noch eine andere Lösung

$$\frac{df}{dp}\,dp = -\frac{df}{dn}\,dn,$$

oder:

$$\frac{df}{dp} : \frac{df}{dn} = dn : -dp,$$

und diese entspricht der Veränderung des Timbre unter Wahrung des Vocalklanges. Das Timbre steht somit zu dem Klange nicht im Verhältnifs des Gegensatzes, sondern in dem der Unterordnung.

Die bisherigen Betrachtungen haben dazu gedient, den ersten Factor der Gleichung (3) zu bestimmen; sie haben gleichzeitig gezeigt, dafs derselbe einen doppelten Einfluſs der charakteristischen Tonhöhe bedingt; indem diese nämlich von Ton zu Ton die Art der Repartition ändert, hat sie einen Antheil an der Definition des specifischen Vocalklanges, und sie ändert ferner bei wechselnder Tonhöhe auch die Gesammtintensität des Klanges.

Nennt man einen Factor, der die Intensität des Gesammtklanges in einer willkürlichen Einheit ausdrückt, C und nimmt in denselben auch den bei der Rechnung auftretenden Faktor $\sqrt{\lg 2}$, so erhält man schliefslich:

$$\varphi(an) = C \sqrt{\frac{\alpha \lg\left(\frac{an}{N}\right) + \beta \lg 2}{\left[\lg\left(\frac{an}{N}\right)\right]^2 + \varkappa\left[\alpha \lg\left(\frac{an}{N}\right) \lg 2 + \beta (\lg 2)^2\right]}}$$

Etwas einfacher wird die Formel, wenn man $x = \lg\left(\frac{n}{N}\right)$

setzt; man geht dann aber des Vortheils, die Octave zur Einheit des Intervalls zu haben, verlustig. — Die Bestimmung des zweiten Factors von ξ in (3) hat keine Schwierigkeiten, wenn man die früher gemachte, auf die Phasen[1]) sich beziehende, Annahme beibehält. Die Fourier'sche Reihe schreitet dann nach den Sinus der Vielfachen von $2\pi nt$ fort, und die Coëfficienten ψ (a) sind geradezu die Quadratwurzeln aus den Zahlen der Tabelle III. Eine Darstellung derselben durch Curven ist hier bei der Unstetigkeit des Begriffes der Ordnungszahl nicht möglich. An ihre Stelle mufs hier eine graphische Darstellung durch gebrochene gerade Linien treten, welche in Fig. 2 Taf. II gegeben ist. Sie zeigt, dafs diese Linien nicht so steil, aber viel breiter sind, als die Tonhöhe-Curven. Ihr Einflufs erreicht daher nie den Maximaleinflufs der Tonhöhe, aber er ist in viel weiteren Gränzen ein erheblicher. —

Die Gleichung (3), welche die Bewegung eines Lufttheilchens darstellt, ist somit gebildet.

§ 76. *Resultate aus den Controlversuchen.*

Was die Resultate der Controlversuche betrifft, welche ich nach den beiden im § 2 beschriebenen Methoden angestellt habe, so werde ich mich hier möglichst kurz fassen, und gehe zunächst auf die Versuche mit dem König'schen Flammenapparate ein. Mit Hülfe des oben beschriebenen verschiebbaren Resonators läfst sich hier das ganze Beobachtungsmaterial leicht sammeln. Dasselbe besteht in einer Tafel aller der Flammenbilder, welche irgend einem der wesentlichen Vocalklänge und irgend einem Tone des Stimmgebietes, über das der Beobachter gebietet, in irgend welcher Combination entsprechen, und welche man bei der erheblichen Dauer des Lichteindruckes mit ziemlicher Genauigkeit den Spiegelbildern entnehmen kann. Auf die Folgen der störenden Einflüsse, insbesondere der Membran

1) Da die Phase nach den Untersuchungen von Helmholtz (Poggendorff's Ann. 108) ohne Einflufs auf den „Klang" ist, ist diese Einschränkung eine unwesentliche.

komme ich hier nicht noch einmal zurück; dagegen stellt sich dann die zweite Schwierigkeit ein, die gezeichneten Flammenbilder richtig zu deuten. Man hat nämlich zu bedenken, dafs jeder einzelne Curventheil, jede Zacke, wie der Kürze halber gesagt werden soll, nicht *einem* bestimmten Partialtone entspricht, sondern einer Summe von solchen; man ist ferner vor der Hand zu der Annahme gezwungen, dafs die Phase aller Theiltöne dieselbe sey. Einen Anhaltspunkt kann man sich unter andern dadurch verschaffen, dafs man ein Flammenbild mit einem anderen (in der angedeuteten Tafel nicht enthaltenen) vergleicht, welches aus dem ersteren entsteht, wenn man Vocal und Singhöhe beibehält, aber den cylindrischen Resonator so weit zusammenschiebt, bis sein tiefster Ton nicht mehr dem gesungenen Tone, sondern dessen höherer Octave entspricht; aus den Aenderungen, welche in Folge dessen das Bild erleidet, lassen sich dann gewisse Schlüsse ziehen. Immerhin wäre der Weg bis zur Herstellung der Partialtöne complicirt und unsicher; nur im Allgemeinen lassen sich einige Resultate mit Sicherheit gewinnen. Dieselben stimmen vollkommen mit den Resultaten der subjectiven Methode. Zunächst zeigt sich, dafs für denselben Vocal das Flammenbild Aenderungen der Gestalt und Intensität erfährt, wenn man gleichzeitig Stimmhöhe und Resonator das ganze Register durchlaufen läfst. Die Aenderung der Intensität entspricht den Curven der Fig. 1, und gerade wie diese steil sind, und daher ihre Ordinaten nur für ein schmales Stück beträchtliche Werthe haben, so sieht man auch hier, dafs das Flammenbild für einen bestimmten Ton äufserst scharf und charakteristisch ist und, wenn man etwa beim Singen von Quinte zu Quinte fortschreitet, fast plötzlich auftritt. Die absolute Tonhöhe hat daher in der That nur in dem Bereiche von 1 bis 2 Octaven einen erheblichen Einfluſs. Die Aenderungen der Gestalt andrerseits entsprechen der zweiten oben hervorgehobenen Wirkung der absoluten Tonhöhe, die Art der Repartition zu ändern. Von speciellen Ergebnissen führe ich nur noch

an, dafs kleine Aenderungen in der Klangnüance das Bild wesentlich ändern, dafs das Detail des Bildes, welches einer ganzen, zusammengesetzten Schwingung entspricht, beim *U* einfacher ist als beim *A*, und dafs es, wenn man jeden Vocal auf seine charakteristische Tonhöhe singt, (unter gleichzeitiger Verschiebung des Resonators), stetig mit allmählicher Vermehrung der Zacken aus dem ersteren in den letzteren Zustand übergeht. Das stimmt mit den Zahlen der Tabelle III sehr gut, und dafs beim *J* die Anzahl der Zacken auch nicht annähernd der Menge der dort zusammengestellten Partialtöne gleichkommt, erklärt sich theils daraus, dafs bei der in den Flammenbildern vollzogenen Summation die Conturen der späten, schnellschwingenden Partialtöne, besonders da sie schwach sind, in den Conturen der ersten und stärksten aufgehen, theils daraus, dafs aus demselben Grunde die ihnen entsprechenden Schwingungen durch die Membran und den Bewegungszustand des Gases vernichtet werden. Die oben erwähnte Tafel füge ich nicht bei, da sie an sich wenig Anhaltspunkte gewährt und überdiefs leicht nach dem König'schen Original herzustellen ist. Dagegen will ich noch ein Verfahren bezeichnen, das zwar etwas mühsam ist, aber in einigen Fällen eine erstaunliche Harmonie zwischen beiden Methoden erkennen läfst. Man setze in diejenige Gleichung, zu deren Herstellung der vorige Paragraph gedient hat, für die Constanten $\alpha\,\beta\,\varkappa\,\mathrm{N}$ und die Coefficienten der Fourier'schen Reihe die einem bestimmten Vocale entsprechenden Werthe, wähle dann ein beliebiges, einem Tone entsprechendes n und berechne danach die Antheilziffern, welche den Partialtönen in dieser Tonhöhe zukommen. Jede dieser Ziffern lege man dann einer der zu zeichnenden Wellenlinien als Amplitude zu Grunde, deren Wellenlängen sich umgekehrt wie die Ordnungszahlen der betreffenden Partialtöne verhalten. Durch Addition erhält man dann in vielen Fällen eine Curve, welche eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung mit dem entsprechenden, aus der oben besprochenen Tafel zu ent-

nehmenden Flammenbilde zeigt. Abzusehen ist dabei natürlich von der überhängenden Form des letzteren und von der durch die Gestalt der Flamme bei ihm bewirkten Zuspitzung der Maxima und Minima. Einige solcher Curven lasse ich auf Tafel II folgen und bemerke nur noch, dafs aus den schon mehrfach hervorgehobenen Gründen es nicht zu verwundern ist, wenn die Uebereinstimmung in andern Fällen gar nicht oder nicht in dem Mafse stattfindet, wie in den hier gewählten Beispielen.

Noch kürzer kann ich mich in Bezug auf die Versuche mit den Seifenblasenmembranen fassen, da dieselben im Allgemeinen dieselben Bestätigungen liefern und für die Specialitäten noch weniger, wenn auch vielleicht etwas zuverlässigeres Material an die Hand geben. Die steile Form der vielfach besprochenen Tonhöhe-Curven macht sich hier dadurch kenntlich, dafs bei Veränderung der Tonhöhe in nicht zu kleinen Intervallen fast plötzlich ein starkes Erzittern der Membran eintritt; andrerseits erhält es sich, wenn man etwa von Ton zu Ton fortschreitet, immerhin durch einige Stufen, und bestätigt dadurch die wenn auch geringe Breite desjenigen Theiles jener Curve, wo die Ordinaten beträchtliche Werthe haben, d. h. der beiden Strecken vom Maximum zu den beiderseitigen Inflexionspunkten. Für die charakteristischen Tonhöhen selbst erhält man bei Benutzung der cylindrischen Resonatoren Werthe, die mit den Helmholtz'schen Angaben gut übereinstimmen; und bei Benutzung der Kugelresonatoren, wenn man den Ton so wählt, dafs höhere Obertöne verstärkt werden und immer dieselbe Ordnungszahl gewahrt bleibt, ergaben sich in den wenigen Versuchen, die ich hierüber anstellte, auch die Werthe für die reducirten charakteristischen Tonhöhen. Schliefslich war, in der jedesmaligen charakteristischen Tonhöhe, das Erzittern bei den Vocalen *U*, *A*, *O* bei weitem am heftigsten. Alle diese Resultate stimmen, wie man sieht, mit der auf Grund der Resultate der subjectiven Methode entwickelten Theorie völlig überein.

Schlufs.

Zum Schlusse stelle ich einige der wichtigsten Resultate der Untersuchung in kurzer Form zusammen:

1. Alle Klänge, insbesondere die Vocale der menschlichen Stimme und Sprache, sind zu definiren als die Folge des Zusammenwirkens zweier Momente, eines relativen und eines absoluten.

2. Das relative Moment ist die Art der Vertheilung der Gesammtintensität auf die einzelnen Partialtöne, wie sie durch ihre Ordnungszahl bestimmt sind. Das absolute ist die Abhängigkeit der Gesammtinsensität von der absoluten Tonhöhe der Partialtöne und die damit verbundene Modification der Vertheilung bei Aenderung des Grundtones.

3. Die Verschiedenheit der Vocale in der ersten Hinsicht ist eine Folge der Fähigkeit der Mundhöhle, ihre Form zu ändern. Die Unterschiede der den verschiedenen Vocalen charakteristischen absoluten Tonhöhen und des Einflusses derselben sind eine Folge der Fähigkeit der Mundhöhle, ihr Volumen und die Gröfse ihrer Oeffnung zu ändern.

4. Der erste Partialton ist stets der stärkste im Klange; er verdient daher den Namen „Grundton".

5. Die Intensität der Partialtöne als solcher nimmt im Allgemeinen ab, wenn ihre Ordnungszahl zunimmt; Ausnahmen deuten auf die Nähe der Gränze des Consonantengebietes.

6. Die Intensität der Partialtöne nimmt desto langsamer ab, je heller, desto schneller, je dumpfer der Vocalklang ist.

7. Die charakteristische Tonhöhe liegt desto höher, je heller, desto tiefer, je dumpfer der Vocalklang ist.

8. Die Schwankungen der Intensität in Folge des Einflusses der charakteristischen Tonhöhe sind desto gröfser, je voller der Vocal ist. Sehr geringe Schwankungen deuten die Nähe der Gränze des Consonantengebietes an.

9. Sämmtliche Vocale lassen sich in dem gesammten Umfange der menschlichen Stimme singen; aber die dumpfen sprechen in sehr hohen, die hellen in sehr tiefen Lagen schlecht an.

10. Es gehört nur einige Aufmerksamkeit dazu, um in einem Vocalklange die verhältnifsmäfsig oft sehr starken Obertöne auch ohne künstliche Hilfsmittel einzeln wahrzunehmen. Sie klingen dann den reinen Stimmgabeltönen sehr ähnlich.

Es wird nicht schwer halten, von dem hier entwickelten Standpunkte noch manches andere unaufgeklärte Problem zu behandeln, wie die Theorie des Sprechens in verschiedenen Gemüthszuständen, die Theorie der Fistelstimme u. s. w.

Berlin, den 5. Juni 1876.

Lebenslauf.

Am 12. November 1856 bin ich, als Sohn des jetzigen Professors an der dortigen Universität Leopold und seiner Gattin Arabella, geb. Hess, zu Breslau geboren. Ich gehöre dem mosaischen Bekenntnifs an. Während des Decenniums vom Jahre 1863 bis 1873 besuchte ich erst die Vorschule, dann das Gymnasium zu St. Maria Magdalena. Im letztgenannten Jahre von dem gegenwärtigen Director, Herrn Heine, mit dem Zeugnifs der Reife entlassen, habe ich zunächst je zwei Semester in Breslau und Heidelberg, seit Ostern 1875 aber hier, und zwar vorzugsweise Mathematik und Physik studirt. Während dieser Zeit hörte ich Vorlesungen der Herren Professoren:

Bachmann, F. Cohn, Dilthey, Galle, Grube, Loewig, Meyer, Rosanes, Schröter;

Bunsen, K. Fischer, Kirchhoff, Koenigsberger, Kopp;

Helmholtz, Kirchhoff, Kummer, Weierstrass.

Während einiger Semester (in Breslau und Heidelberg) war ich Mitglied des mathematischen Seminars; seit Ostern 1875 arbeite ich im hiesigen physikalischen Institut, nachdem ich hierzu durch experimentelle Uebungen in Breslau und Heidelberg mich bereits vorbereitet hatte.

Allen den genannten Herren, insbesondere aber den Herren Helmholtz, Kirchhoff, Koenigsberger, Meyer spreche ich an dieser Stelle meinen tiefgefühlten Dank aus.

Thesen.

1. Die Urtheile der Mathematik sind im allgemeinen synthetisch, im Hume-Kant'schen Sinne des Wortes.
2. Die Zurückführung eines physikalischen Problems auf die Wirkung von Fernkräften ist nicht als eine befriedigende Lösung desselben zu betrachten.
3. Durch Ansetzen des Resonators des Koenig'schen Spiegelapparates an die über einem Stimmbande gelegene Stelle des Halses ist es nicht möglich, ein isolirtes Bild der Schwingungen desselben zu erhalten.

UNIVERSITY OF ILLINOIS
LIBRARY

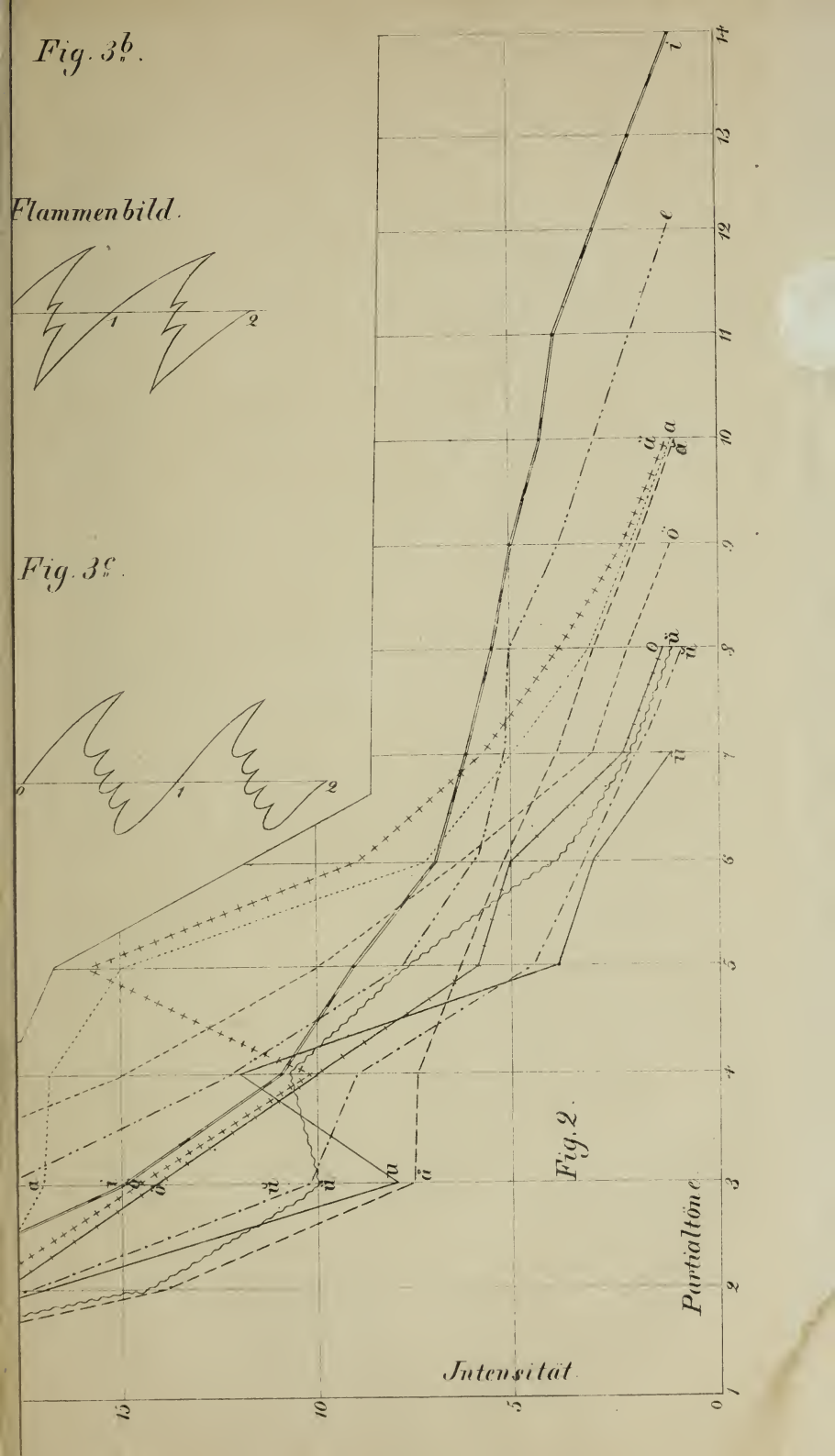
Fig. 3b.
Flammenbild.
Fig. 3c.
Fig. 2.
Partialtöne
Intensität

Curvenbild
Flammenbild
Fig. 3a.
Dampfes u.
n-N-400.
Curvenbild
Scharfes O.
(Mittlere
Barytonlage).
Flammenbild
Fig. 3b.
Helles A.
(Mittlere
Barytonlage).
Fig. 3c
Intensität
Characteristische
Tonhöhe
Tonhöhe in Octaven
Fig. 1.
Fig. 2
Partialtone
Intensität